

پاسخ تکالیف سری دوم

(۱) پاسخ سوال اول:

$$ml_2^2\ddot{\theta} + cl_1\dot{\theta} + (mgl_2 + kl_1^2)\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{mgl_2 + kl_1^2}{ml_2^2}}$$

(۲) پاسخ سوال دوم:

$\theta$  زاویه دوران حول مرکز لوله کوچک و  $\varphi$  زاویه دوران حول مرکز لوله بزرگتر است و داریم:

$$(R - R_1)\varphi = R_1\theta$$

از روش انرژی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}mV_G^2 + \frac{1}{2}I_G\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}mR_1^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR_1^2\right)\dot{\theta}^2 = \frac{3}{4}mR_1^2\dot{\theta}^2 \\ &= \frac{3}{4}m(R - R_1)^2\dot{\varphi}^2 \end{aligned}$$

$$U = mg(R - R_1)(1 - \cos \varphi)$$

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}m(R - R_1)^2\dot{\varphi} + mg(R - R_1)\sin \varphi = 0$$

با فرض کوچک بودن ارتعاشات داریم:

$$\frac{3}{2}m(R - R_1)^2\ddot{\varphi} + mg(R - R_1)\varphi = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R - R_1)}}$$

سوالات ۳ و ۴ در کلاس توضیح داده شده است.