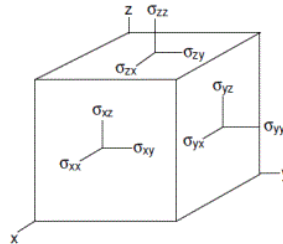


۱. ثابت کنید چرا تنش یک تانسور متقارن است. (مولفه های برشی متناظر دو به دو مساوی هستند): $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$

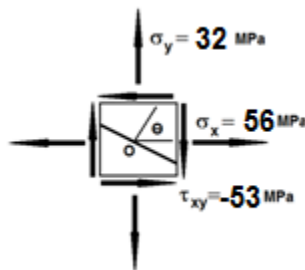


۲. در یک نقطه از جسم که تحت نیرو قرار دارد حالت کلی تنش بصورت زیر وجود دارد:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 34 \text{ MPa} & \tau_{xy} &= 54 \text{ MPa} \\ \sigma_y &= -45 \text{ MPa} & \tau_{yz} &= -27 \text{ MPa} \\ \sigma_z &= 83 \text{ MPa} & \tau_{xz} &= -32 \text{ MPa} \end{aligned}$$

تنسور تنش را در این نقطه تشکیل دهید و مولفه های نرمال و برشی و برابری تنش روی صفحه ای که نرمال آن با محور X مختصات زاویه ۲۸ درجه، و با محور Y مختصات زاویه ۵۳ درجه میسازد را بدست آورید. همچنین تنش ها و جهات اصلی برای این تانسور تنش بدست آورید. دایره مور را برای این تانسور تنش رسم کرده و بزرگترین تنش برشی را از روی آن بدست آورید.

۳. برای حالت تنشی دوبعدی (تنش صفحه ای) با اندازه تعریف شده تانسور تنش را تشکیل داده و تغییرات تنشهای نرمال و برشی روی صفحه مورب را برای محدوده ۰ تا ۱۸۰ درجه رسم نمایید. تنشهای نرمال و برشی ماکزیمم و مینیمم را روی منحنی ها نشان دهید. اختلاف زاویه بین آنها چقدر است؟



۴. تانسور تنش در یک نقطه از جسم بصورت زیر وجود دارد:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 45 & -65 & -48 \\ -65 & 67 & 22 \\ -48 & 22 & -86 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

الف- بردار تنش روی صفحه ای با بردار نرمال $\vec{n} = \frac{1}{3}i - \frac{2}{3}j - \frac{2}{3}k$ را بدست آورید.

ب- مولفه های نرمال و برشی بردار تنش را حساب کنید.

ج- زاویه بین بردار تنش و نرمال صفحه چقدر خواهد بود؟

۵. مولفه های تانسور تنش در یک نقطه از جسم در سیستم مختصات xyz بصورت زیر وجود دارد. اگر ماتریس کسینوسهای چرخش سیستم xyz به سیستم نوین x'y'z' ماتریس $[A_{ij}]$ به فرم زیر باشد در این صورت تانسور تنش در سیستم نوین را بدست آورید؟

$$\sigma_{ij} = 68 \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \text{ MPa} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$