

۱. برای نوسانگر هماهنگ در حالت تندیروا و میرای بحرانی با فرض $x(0) > 0$ ، به ازای شرایط اولیه مختلف انواع حرکت ممکن را به دست آورید. در حالت هایی که یک بیشینه ی جابجایی از حالت تعادل وجود دارد؛ آن را حساب کنید.

۲. در مسئله ی نوسانگر هماهنگ میرا با نیروی واداشته، بسامدهایی را پیدا کنید که

(i) دامنه ی نوسان $D(\omega)$ بیشینه باشد.

(ii) انرژی جنبشی نوسانگر (میانگین در یک دوره) بیشینه باشد.

(iii) انرژی پتانسیل نوسانگر (میانگین در یک دوره) بیشینه باشد.

۳. یک دیپازون مورد استفاده موسیقیدان ها نت لا (A) در گام سوم را با بسامد 440 Hz می نوازند. اندازه گیری صوتی نشان می دهد

که شدت صوت در هر ۴ ثانیه ۵ مرتبه کاهش می یابد. مقدار Q برای این دیپازون چقدر است؟

۴. دوره ی تناوب وزنه ای که از یک نوار لاستیکی قوی آویخته شده 1.26 s است. اگر دامنه ی نوسان بعد از سه نوسان کامل به نصف

کاهش یابد، مقدار تقریبی Q برای این دستگاه چقدر است؟

۵. موج مربعی در بازه ی $-\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{\pi}{\omega}$ به صورت زیر تعریف می شود

$$F(t) = \begin{cases} -1, & -\frac{\pi}{\omega} < t < 0 \\ +1, & 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

و در بازه های دیگر تکرار می شود. ضرایب بسط فوریه و پاسخ نوسانگر هماهنگ را بدست آورید.

۶. نشان دهید هنگامی که دامنه ی نوسان یک نوسانگر میرا بعد از n نوسان به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود برسد، فرکانس نوسانگر باید تقریباً

$$[1 - (8\pi^2 n^2)^{-1}]$$
 برابر فرکانس نوسانگر مشابه بدون نیروی وادارنده باشد.

(یعنی غیرمیرا $\omega_{\text{میرا}} = [1 - (8\pi^2 n^2)^{-1}] \omega$ بعد از n نوسان)

۷. مقادیر اولیه مکان و سرعت برای یک نوسانگر میرا x_0, v_0 است.

نشان دهید A_1, A_2 در معادله حرکت $x(t) = e^{-\beta t} [A_1 e^{\omega_2 t} + A_2 e^{-\omega_2 t}]$ ، $\omega_2 = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ به صورت زیر

است:

$$A_1 = \frac{\beta_2 x_0 + v_0}{\beta_2 - \beta_1}, A_2 = -\frac{\beta_1 x_0 + v_0}{\beta_2 - \beta_1}$$

که در آن $\beta_1 = \beta - \omega$ ، $\beta_2 = \beta + \omega$

۸. بسط فوریه تابع زیر و پاسخ نوسانگر هماهنگ ساده را به آن بدست آورید.

$$\frac{F(t)}{m} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ a \sin \omega t & 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \\ 0, & t > \frac{\pi}{\omega} \end{cases}$$

۹. از روش گرین پاسخ نوسانگر میرایی به نیرویی با تابع زیر بدست آورید.

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ F_0 e^{-\gamma t} \sin \omega t & t > 0 \end{cases}$$