سئوال ۴ / فصل ۱۴ –

۹) اگر از تغییر مختصات $\mathbf{r} = r_1 - r_2$ و $X = \frac{r_1 + r_2}{2}$

استفاده کنیم هامیلتونی خواهد شد

$$H = \frac{P_{cm}^2}{2(2m)} + \frac{P_{rel}^2}{2(\frac{m}{2})} + \frac{1}{2}\frac{m}{2}\omega^2 r^2$$

با توجه به اینکه سئوال تاکید کرده تکانه مرکز جرم $P_c = 0$ در نتیجه هامیلتونی

خواهد شد:
$$H = \frac{P_{rel}^2}{2(\frac{m}{2})} + \frac{1}{2}\frac{m}{2}\omega^2 r^2$$

که هامیلتونی تک ذره به جرم $\frac{m}{2}$ در پتانسیل نوسانگر سه بعدی است. طیف

انرژی این نوسانگر به صورت $E_{n,l} = \hbar\omega(2n + l + \frac{3}{2})$ است که l عدد کوانتومی

تکانه زاویه ای است. تابع موج برحسب ویژه توابع لاگر نوشته می شود

در حالت $l = 0$ تابع موج فقط به $|r|$ بستگی دارد به این معنی که تحت تعویض

جابجا دو ذره متقارن است. چون دو فرمیون تحت تعویض جابجا همسان

باید تابع موج پادمتقارن داشته باشد در نتیجه تابع موج قسمت اسپین باید

پادمتقارن باشد. $\Longleftarrow$ $\psi(r) = u_0(r)\,\underbrace{X}_{singlet}$

$u_0(r) = u_0(x)u_0(y)u_0(z)$ به صورت لاگر قسمت فضایی تابع موج $l = 0$ به ازای

خواهد شد که $u_0(x)$ حالت پایه نوسانگر یک بعدی است.

$\Rightarrow$

b) اولین حالت برانگیخته در حالت $l=0$ برابر است با اینکه یکی از نوسانگرهای یک تجربه حالت $n=1$ بروز دهی

$$\psi(r) = u_1(x)\, u_0(y)\, u_0(z)\, \underline{\chi}_{\text{singlet}}$$

این برانگیختگی می تواند در قسمت y و یا z تابع موج فضایی باشد.

در حالت $l=0$ ~~و~~ و تابع موج اسپینی سه گانه چون قسمت اسپینی تابع موج متقارن است بایستی قسمت فضایی پاد متقارن باشد. حل های نوسانگر هماهنگ سه بعدی نشان می دهد به ازای $l=0$ چنین چیزی ممکن نیست.

سئوال 1 فصل 15

طبق نظریه احتلال وابسته به زمان مابایستی ابتدا مقدار C را حساب کنیم
~~$C(1s \to 2p)$~~
و بعد CC^* احتمال ~~گذار~~ گذار خواهد شد.

$$C(1s \longrightarrow 2p) = \frac{eE_0}{i\hbar}\langle \phi_{210} | z | \phi_{100}\rangle \int_0^\infty dt\, e^{i\omega t} e^{-\gamma t}$$

در رابطه بالا پتانسیل احتلال به صورت $V(t) = E_0 e^{-\gamma t} z$ در نظر گرفته شده و $\omega = E_{21} - E_{10}$ تفاوت سطح انرژی بین دو ترازی است که گذار انجام می شود.

انتگرال به صورت $\frac{1}{\gamma - i\omega}$ خواهد شد در نتیجه

$$P(1s \longrightarrow 2p) = \frac{e^2 E_0^2 \, |\langle \phi_{210} | z | \phi_{100}\rangle|^2}{\hbar^2(\omega^2 + \gamma^2)}$$

$$|\langle \phi_{210} | z | \phi_{100}\rangle|^2 = \frac{2^{15}}{3^{10}} a_0^2 \Longrightarrow$$ از فصل اتم هیدروژن

سؤال ۲ فصل ۱۵

ذره در چاه پتانسیل است سطوح انرژی به صورت $E_n = \dfrac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ می باشد

و حالات انرژی به صورت $u_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}} \sin \dfrac{n\pi x}{a}$ می باشد.

طبق نظریه احتلال وابسته به زمان احتمال گذار در پتانسیل احتلالی داده شده

برابر است با

$$P(1\to 2) = \left| \frac{1}{i\hbar} \int_0^{\cancel{\infty}} dt\, e^{i\omega_{21} t} \sin\omega t \; \times \frac{2\lambda}{a} \int_0^a dx \, \sin \frac{2\pi x}{a} \left(x - \frac{a}{2}\right) \sin \frac{\pi x}{a} \right|^2$$

که $\omega_{21} = E_2 - E_1$ می باشد. انتگرال زمانی برابر خواهد شد با

$$\int_0^{\infty} dt\, e^{i\omega_{21} t} \sin\omega t = \frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{21}}$$

و انتگرال قسمت فضایی برابر خواهد شد با

$$\frac{2\lambda}{a} \int_0^a dx \, \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \left(x - \frac{a}{2}\right) = -2 \frac{a}{\pi^2} \frac{8}{9}$$

بنابراین احتمال برابر خواهد شد با

$$P_{12} = \left(\frac{\lambda}{\hbar}\right)^2 \left(\frac{16a}{9\pi^2}\right)^2 \left(\frac{\omega^2}{\omega_{21}^2 - \omega^2}\right)$$

b) احتمال گذار از $n=1$ به $n=3$ صفر خواهد شد چون تابع موج $n=1$ و $n=3$ هر دو حول $x=\frac{a}{2}$ متقارن هستند در صورتی که پتانسیل اختلالی پاد متقارن است (حول $x=\frac{a}{2}$) در نتیجه انتگرال قسمت فضایی محاسبه احتمال صفر می‌شود.

---

c) به ازای $\omega \to 0$ همه احتمال‌ها به صفر میل می‌کند. یعنی پتانسیل اختلالی در کار نباشد گذاری هم اتفاق نمی‌افتد.