تمرین‌های مکانیک کوانتومی۲

سری دوم

۱–با استفاده از نتایج بدست آمده از تمرین‌های سری قبل می‌گوییم که $\vec{U}$ یک بردار است اگر

$$[L_i, U_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}U_k \qquad (\vec{U} = (U_1, U_2, U_3))$$

نشان دهید اگر $\vec{n}$ یک بردار ثابت باشد آنگاه:

$$[\vec{n}.\vec{L}, \vec{U}] = -i\hbar\vec{n}\times\vec{U}$$

۲–الف)نشان‌دهید

$$p\times L = -L\times p + 2i\hbar p$$

ب)اگر A یک عملگر غیرهرمیتی باشد A یک عملگر هرمیتی است که به روش زیر بدست می‌آید

$$A = \frac{1}{2}(A + A^\dagger)$$

عملگر $p\times L$ را هرمیتی کنید و نشان‌دهید برابر است با:

$$p\times L = p\times L - i\hbar p$$

۳–نشان‌دهید اگر U, V بردار باشند آنگاه ضرب داخلی آن‌ها با تمام L_i جابه‌جا می‌شود و ضرب خارجی آن‌ها یک بردار است

$$[L_i, (U.V)] = 0$$
$$[L_i, (U\times V)_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}(U\times V)_k$$

۴–الف)ثابت کنید

$$e^A = \lim_{N\to\infty}(1 + \frac{A}{N})^N$$

ب)با استفاده از لم هاسدورف- بیکر ثابت کنید

$$e^{-\frac{i}{\hbar}ap_x}\, x\, e^{\frac{i}{\hbar}ap_x} = x + a$$

۵–اثر عملگر $(1-\frac{i}{\hbar}\varepsilon x)$ روی حالت دلخواه $|\varphi\rangle$ را با توجه به تابع مکان در فضای تکانه بررسی کنید و نشان دهید

$$(1-\frac{i}{\hbar}\varepsilon x)\left|p'_x, p'_y, p'_z\right\rangle = \left|p'_x+\varepsilon, p'_y, p'_z\right\rangle$$

ب)ثابت کنید

$$e^{-\frac{i}{\hbar}bx}p_x e^{\frac{i}{\hbar}bx} = p_x + b$$

۶– با استفاده از تمرین قبل اثر عملگر $(1-\frac{i}{\hbar}\varepsilon L_z)$ روی حالت خاص تکانه $\left|p'_x, p'_y, p'_z\right\rangle$ را بررسی کنید

۷– با استفاده از روابط تبدیل مختصات دکارتی و کروی ثابت کنید

$$L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

۸– برای $l=2, l=1, l=0$ اثر عملگرهای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری (یعنی L^2, L_-, L_+, L_z) را روی حالت‌های $|l,m\rangle$ بنویسید.(به فرمول‌های ۷,۲۳ و ۷,۲۴ کتاب توجه کنید)

آدرس تلگرام

https://telegram.me/Quantum2iut