سری هشتم تمرینات مکانیک تحلیلی ۱

۱.ذره‌ای با بار q و جرم m در لحظه‌ی t=0 از مبدا مختصات و از حال سکون در میدان مغناطیسی $\vec{B} = B\,e_y$ و میدان الکتریکی $\vec{E} = E\,e_x$ رها می‌شود. معادلات حرکت ذره را حل کنید.

۲. در مسئله‌ی پرتابه با مقاومت هوای متناسب با سرعت که در درس بررسی شد، کار نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا در جابجایی ذره از محل پرتاب تا نقطه‌ی سقوط در سطح افق را به‌دست آورید. ابتدا بدون تقریب مسئله را حل کنید و سپس تا تقریب مرتبه‌ی اول نسبت به b نتیجه را به‌دست آورید.

۳. . برای ذره‌ای ساکن به جرم $m$ که از $x = 0$ شروع به حرکت می‌کند و تحت تاثیر توابع نیروی زیر قرار می‌گیرد سرعت $\dot{x}$ را به صورت تابعی از جابجایی $x$ ذره به‌دست آورید.

الف) $F_x = F_0 + cx$

ب) $F_x = F_0 e^{-cx}$

که $F_0$ و $c$ ثابت‌های مثبت هستند. سپس تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ مربوط به هر یک از نیروهای مسئله را بیابید.

۴. سرعت ذره‌ای به جرم m به صورت $v(x) = a\,x^{-n}$ با فاصله تغییر می‌کند. فرض کنید در t=0، $v(x=0) = 0$ است. الف) نیروی عامل حرکت $F(x)$ را بیابید. ب) $x(t)$ و ج) $F(t)$ را تعیین کنید.

۵. ذره‌ای را در نظر بگیرید که در ناحیه $x\rangle 0$ تحت تاثیر پتانسیل زیر حرکت می‌کند

$$U(x) = \frac{U_0}{x}(1 + ax^2)$$

که $U_0\rangle 0$. نقاط تعادل را بیابید و تعیین کنید آیا این نقاط بیشینه‌اند یا کمینه؟

۶. ذره‌ای تحت تاثیر نیروی $F(x) = -kx + \frac{kx^3}{A^2}$ واقع است که $A$ و $k$ ثابت‌های مثبت هستند. این ذره از مبدا در امتداد جهت مثبت محور $x$ با انرژی جنبشی اولیه $T_0$ به سمت راست پرتاپ می‌شود. مطلوب است الف) تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ برای این نیرو ب) انرژی جنبشی پ) انرژی کل ذره به صورت تابعی از مکان آن ت) نقاط بازگشت حرکت و شرطی را بیابید که انرژی کل ذره باید برآورده کند تا حرکت آن نقاط بازگشت را نمایش دهد. ث) توابع انرژی پتانسیل، انرژی جنبشی و انرژی کل را رسم نمایید ( $A$ و $k$ را برابر با یک بگیرید) ج) وقتی $E = \frac{1}{4}kA^2$ ، چه اتفاقی می‌افتد؟

۷. دو بار مثبت $Q$ روی محور $x$ در نقاط $a$ و $-a$ قرار گرفته‌اند. بار مثبت $q$ را میان این دو بار الکتریکی قرار می‌دهیم. انرژی پتانسیل آن را در نقطه‌ی تعادل پایدار بنویسید و بسامد نوسانات کوچک را محاسبه کنید.