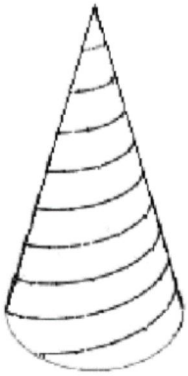
تمرینات سری چهارم مکانیک تحلیلی ۱

۱. الف: این سه رابطه را به‌دست آورید

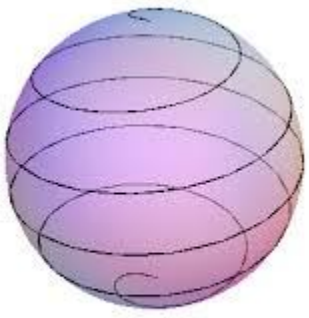
$$\frac{de_r}{dt} = \dot{\theta}\, e_\theta + \dot{\varphi} \sin\theta\, e_\varphi,$$
$$\frac{de_\theta}{dt} = -\dot{\theta}\, e_r + \dot{\varphi} \cos\theta\, e_\varphi,$$
$$\frac{de_\varphi}{dt} = -\dot{\varphi}\, (\sin\theta\, e_r + \cos\theta\, e_\theta).$$

ب: شتاب را در مختصات کروی به‌دست آورید.

۲. الف : یک مسیر مارپیچ روی سطح مخروط در نظر بگیرید که با معادله‌ی $z = k\varphi$ در مختصات استوانه‌ای توصیف می‌شود. محور z را رو به پایین و راس مخروط را مبدا مختصات بگیرید. بردارهای مکان، سرعت و شتاب را در مختصات استوانه‌ای بر حسب φ ، $\dot{\varphi}$ و $\ddot{\varphi}$ به‌دست آورید.



ب: یک مسیر مارپیچ روی سطح کره‌ای به شعاع R در نظر بگیرید که با معادله‌ی $z = k\varphi$ داده شده است. مبدا مختصات بر مرکز کره منطبق است. بردارهای مکان، سرعت و شتاب را در مختصات کروی بر حسب φ ، $\dot{\varphi}$ و $\ddot{\varphi}$ به‌دست آورید.



۳. یک هواپیما قصد دارد از نقطه A به نقطه B که در فاصله $600\,km$ در شمال نقطه A قرار دارد پرواز کند. باد با سرعت $90\frac{km}{h}$ از سمت شمال غربی می‌وزد. در این صورت

الف: جهتی را بیابید که هواپیما باید حرکت کند

ب: اگر سرعت هواپیما در هوای ساکن $200\frac{km}{h}$ باشد، زمان رسیدن هواپیما به نقطه B را محاسبه کنید.

۴. فرض کنید فرضیه اتر درست است، یعنی نور در محیطی به نام اتر دارای سرعت c است و برای ناظرهای دیگری که نسبت به اتر حرکت می‌کنند، سرعت نور از قاعده جمع سرعت‌ها به‌دست می‌آید. دستگاه آزمایش مایکلسون- مورلی از چشمه S ، آینه‌های M_1 و M_2 و شکافنده‌ی M مطابق شکل تشکیل شده است. دستگاه آزمایش فوق با سرعت u (افقی به سمت راست $\rightarrow$) نسبت به اتر حرکت می‌کند. طول بازوی افقی d_1 و طول بازوی عمودی d_2 است.

الف: زمان رفت و برگشت نور در هر یک از بازوهای فوق را به‌دست آورید و آن‌ها را t_1 و t_2 بنامید.

ب: با فرض آنکه $d_1 = d_2 = d$ و $u << c$ اختلاف زمان $t_2 - t_1$ را به طور تقریبی به‌دست آورید.