سری سیزدهم تمرینات مکانیک تحلیلی ۱

۱. تابع دوره‌ای موج مربعی در بازه‌ی $\frac{-T}{2} < t < \frac{T}{2}$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$F(t) = \begin{cases} -F_0 & \frac{-T}{2} < t < 0 \\ F_0 & 0 < t < \frac{T}{2} \end{cases}$$

سری فوریه را برای این تابع به‌دست آورید. سپس فرض کنید این موج مربعی به یک نوسانگر هماهنگ میرا با ضریب کیفیت $Q = 100$ اعمال شود. اگر $3\omega = \omega_0$ (که $\omega = \frac{2\pi}{T}$)، دامنه‌های نسبی سه جمله اول پاسخ $x(t)$ را به‌دست آورید.

۲. تابع دوره‌ای زیر را در نظر بگیرید

$$F(t) = \begin{cases} \sin\omega t & 0 < t < \frac{\pi}{\omega} \\ 0 & \frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

این تابع بخش‌های مثبت یک تابع سینوسی را نشان می‌دهد. نمایش فوریه آن را بیابید و مجموع چهار جمله اول را ترسیم کنید.

۳. معادله دیفرانسیل حرکت نوسانگر هماهنگ میرایی که تحت اثر نیروی وا داشته‌ای به صورت $F(t) = F_0 e^{-\alpha t}\cos\omega t$ قرار می‌گیرد را حل کنید.

۴. پاسخ نوسانگر هماهنگ میرا به نیروی واداشته ضربه‌ای که در فاصله $t_1 < t < t_2$ مقدار ثابت F_0 و قبل و بعد آن صفر است را به‌دست آورید. جواب را در حد $t_2 \to t_1$ حساب کنید.

۵. با استفاده از روش تابع گرین، پاسخ یک نوسانگر میرا به نیروی واداشته زیر را حساب کنید

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ F_0 e^{-\gamma t}\sin\omega t & t > 0 \end{cases}$$