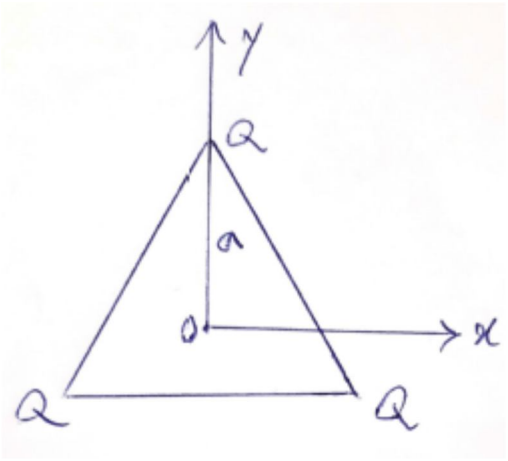
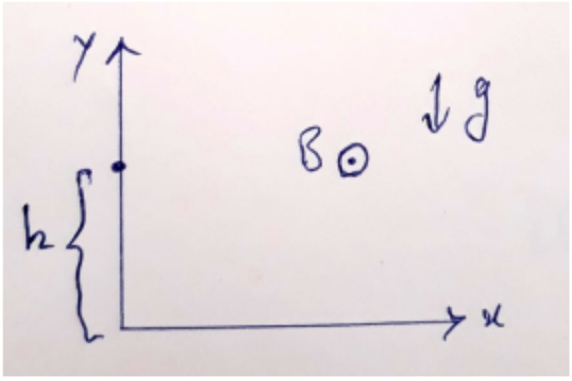
سری یازدهم تمرینات مکانیک تحلیلی ۱

۱. سه بار یکسان Q در راس‌های مثلث متساوی‌الاضلاعی مطابق شکل قرار دارند. مبدا مختصات به فواصل یکسان a از سه بار قرار دارد و محور y یکی از محورهای تقارن مثلث است. ذره‌ای به جرم m و بار q در صفحه xy آزادانه حرکت می‌کند و بار q با Q هم‌نام است. انرژی پتانسیل این جسم را در نقطه دلخواه (x, y) به‌دست آورید. نقطه تعادل دستگاه را مشخص کنید و اگر پایدار است بسامد نوسانات کوچک جسم حول نقطه تعادل را در جهت‌های اصلی به‌دست آورید.



۲. جسمی به جرم m و بار q از ارتفاع h مطابق شکل روی سطح زمین سقوط می‌کند. در محل انجام حرکت، میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه (x, y) و به سمت بیرون از صفحه شکل برقرار است. نیروی گرانش نیز در جهت y و رو به پایین است. با استفاده از روش اختلال و با فرض کوچک بودن B جابجایی افقی محل سقوط جسم روی زمین را نسبت به وقتی که میدان B وجود ندارد تا اولین مرتبه حساب کنید.



۳. منحنی لیساژو را برای نوسانگری که در صفحه xy نوسان می‌کند و نسبت بسامد زاویه‌ای آن در جهت‌های y و x به صورت $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2}{3}$ باشد، رسم کنید.

۴. چنانچه در درس دیدیم، برای دو نوسان هم‌بسامد در جهت‌های x و y که دامنه‌های آن‌ها به ترتیب A و B باشد و با هم اختلاف فاز ϕ داشته باشند، رابطه زیر به‌دست آمد

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}-2\frac{xy}{AB}Cos\phi=Sin^2\phi$$

ثابت کنید که مسیر فوق یک بیضی است که محورهای آن به اندازه زاویه θ که آن را معلوم می‌کنید، چرخیده‌اند. دامنه‌های نوسان A' و B' نسبت به محورهای تقارن بیضی یعنی محورهای x' و y' را به‌دست آورید. اگر در لحظه $t=0$ ذره در نقطه $x=A$ باشد، $x'(t)$ و $y'(t)$ را به طور دقیق به‌دست آورید.