

پیشگفتار

حمد و سپاس خداوند متعال را که به انسان آنچه را نمی‌دانست آموخت. اما بعد....

اگرچه بحث فرآیندهای تصادفی بعنوان شاخه‌ای جذاب در علوم ریاضی مطرح می‌باشد، نقشی کلیدی نیز در رشته‌های مختلف مهندسی و فیزیک بازی می‌کند. در رویکرد عملی فرآیند تصادفی، یک فرآیند تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی در زمان است به نحوی که در هر لحظه از زمان یک متغیر تصادفی یکتا فرآیند را مشخص می‌نماید. در حالت کلی رابطه خاصی بین این متغیرهای تصادفی لحاظ نمی‌گردد. لکن در بسیاری از کاربردها رابطه خاصی بین ساختارهای احتمالی این متغیرها وجود دارد. از جمله می‌توان به مواردی اشاره کرد که در آنها تعیین آینده احتمالی فرآیند تنها بر اساس وضعیت فعلی فرآیند انجام پذیر می‌باشد. به بیان دیگر آنچه قبل از زمان حال بر فرآیند گذشته است، تاثیری بر آینده احتمالی فرآیند نخواهد داشت. به چنین فرآیندهایی فرآیندهای مارکوف گفته می‌شود. نوع خاصی از این فرآیندها به زنجیره‌های مارکوف معروفند. این دسته از فرآیندها در مدل‌سازی و تحلیل بسیاری از مسائل کاربردی نقش بسزایی دارند. از اینرو نیاز مبرم به مطالعه در زمینه زنجیره‌های مارکوف برای دانشجویان احساس می‌شود.

در طی بیش از دو دهه تحقیق و تدریس در زمینه‌های مختلفی که به نحوی با فرآیندهای تصادفی گسسته و بخصوص زنجیره‌های مارکوف سروکار دارند بر این باور رسیده‌ام که اگرچه منابع گوناگونی در معرفی، شرح و مطالعه دقیق زنجیره‌های مارکوف وجود دارند، برای دانشجویان مهندسی که اولین بار با این مفاهیم آشنا می‌شوند، بررسی ریزبینانه مطالب این حوزه خیلی آسان نیست و سعی در فهمیدن عمیق و صحیح مطالب بخصوص موضوعات پایه از روی منابع موجود، در بسیاری از مواقع دانشجویانی که در شروع این راه هستند را دچار مشکل می‌نماید و در خیلی از مواقع منجر به صرف وقت بسیار می‌گردد. تا حد اطلاع مرجعی بخصوص فارسی که کمک به درک عمیق با موشکافی موضوعات مختلف به‌مراه اثبات برای فردی که با مبانی احتمال آشنا است در این زمینه یافت نمی‌شود.

ازاینرو در این کتاب سعی کرده‌ام که موانع پیش‌روی دانشجویان در درک مطالب و اثباتهای زیربنایی مورد نیاز را با بیانی سراسر برطرف نمایم به نحوی که خواننده‌ای که با مبانی احتمال در سطح دانشگاه آشنایی دارد، بتواند مطالعه‌ی فصل‌های مختلف را به آسودگی انجام دهد و اثبات‌هایی که انجام داده‌ام را براحتی دنبال نماید. اطمینان دارم که اثباتهای بسیار دقیق ریاضی برای مطالبی که در فصول مختلف این کتاب شرح داده شده، وجود دارند. ولی بطور معمول این اثباتها به زمینه‌های دقیق ریاضی نیازمندند که اصولاً دانشجویان بر آنها آگاه نیستند. بعنوان مثال دانستن فرآیندهای تجدیدپذیر راهگشای اثبات بسیاری از مطالب در زنجیرهای مارکوف می‌باشد. اما سعی شده بدون ارائه این فرآیندهای تجدیدپذیر اثبات‌های مورد نیاز ارائه شوند. و یا دانستن نظریه اندازه در اثبات دقیق بسیاری از قضایا نقش اساسی دارد که در نگارش این کتاب فرض بر این بوده است که دانشجویان بر این نظریه تسلط ندارند. بدین ترتیب کتاب حاضر مشتمل بر شش فصل می‌باشد و در انتهای هر فصل نیز مسائل مختلفی از مراجع کتاب مطرح شده است. در هر فصل نیز مثال‌های کاربردی در حوزه مهندسی بیان گردیده است. الگوی فصل بندی کتاب براساس سرفصل تدریس فرآیندهای تصادفی گسسته انجام شده است. در پایان نیز مراجعی که در تهیه این کتاب از آنها استفاده شده است، فهرست شده‌اند.

فصل اول به بیان تعاریف و مفاهیم اولیه‌ی نظریه احتمال می‌پردازد. فرض بر این است که خواننده با احتمال مقدماتی آشنا می‌باشد و مطالب این فصل به پیوستگی ساختار این کتاب و یادآوری احتمال کمک می‌نماید. در این میان مفهوم فضای نمونه و پیشامد بیان می‌گردد. در ادامه اصول موضوع سه‌گانه احتمال ارائه می‌شوند. احتمال شرطی و استقلال پیشامدها نیز تشریح می‌گردند.

فصل دوم به معرفی متغیرهای تصادفی و نقش آنها در نظریه احتمال می‌پردازد. ابتدا متغیرهای تصادفی پیوسته و گسسته معرفی می‌شوند. سپس تابع توزیع یک متغیر تصادفی بیان می‌گردد. این فصل همچنین به معرفی برخی از متغیرهای تصادفی گسسته و پیوسته می‌پردازد. در ادامه تابع توزیع توام چند متغیر تصادفی، تابع چگالی احتمال توام و استقلال متغیرهای تصادفی بیان می‌گردد. مقدار میانگین، واریانس، کواریانس تابع مولد گشتاور و تابع مشخصه یک متغیر تصادفی از مطالب دیگر این فصل هستند. در این فصل همچنین احتمال شرطی و میانگین‌گیری شرطی و محاسبه میانگین و واریانس با استفاده از شرطی کردن ارائه می‌شوند. فصل دوم با تشریح قضیه‌های حدی و نامساوی‌های مهم احتمال پایان می‌یابد.

در فصل سوم ابتدا فرآیند تصادفی معرفی می‌شود. سپس تعریف فرآیند مارکوف ارائه می‌گردد. در این میان چهار حالت مختلف از فرآیند مارکوف قابل تصور تشریح می‌شوند. سپس

نوع خاصی از فرآیندهای مارکوف که در آنها مقادیری که فرآیند اختیار می‌نماید شمارش پذیر است و همچنین فرآیند در لحظات گسسته زمان تغییر می‌کند، مطالعه می‌شود. این نوع فرآیندهای مارکوف را زنجیرهای مارکوف زمان گسسته می‌نامند. در این بین دیاگرام حالت، معادلات چپمن - کولموگوروف و محاسبه احتمال گذر بین دو مجموعه مکمل از حالت‌ها ارائه می‌شوند. سپس مبحث مهم رده‌بندی حالت‌ها مطالعه می‌شود. بررسی احتمالات حدی، توزیع ایستادن و ارگادیک بودن یک زنجیر مارکوف زمان گسسته از دیگر مطالب این فصل می‌باشد. همچنین تغییر وضعیت بین کلاس‌های یک زنجیر نیز بحث می‌شود. از دیگر مطالب این فصل محاسبه متوسط زمان سپری شده در حالت‌های گذرا می‌باشد. در نهایت موضوع زنجیرهای مارکوف وارون پذیر با زمان (زمان برگشت پذیر) تشریح می‌گردد.

فصل چهارم به توصیف توزیع نمایی، متغیر تصادفی پواسون و فرآیندهای پواسون می‌پردازد. توزیع نمایی و فرآیند پواسون علاوه بر رابطه تنگاتنگی که با هم دارند، نقش مهمی در ساختار زنجیرهای مارکوف زمان پیوسته را بعهدہ دارند که در فصل پنجم مطالعه می‌شوند. در این فصل ابتدا توزیع نمایی و خواص آن و همچنین تابع نرخ شکست (خطر) ارائه می‌شوند. سپس فرآیندهای شمارشی توصیف می‌گردند. در ادامه فرآیند پواسون توسط دو تعریف مستقل معرفی می‌شوند و نشان داده می‌شود که این دو تعریف معادل هم هستند. همچنین توزیع زمان‌های بین ورود و زمان انتظار در یک فرآیند پواسون بررسی می‌شوند. در ادامه خواص فرآیند پواسون بیان می‌گردند. در این راستا توزیع شرطی زمان‌های ورود در فرآیند پواسون، مفهوم آمارگان مرتب و نشانه‌گذاری در یک فرآیند پواسون به تفصیل تشریح می‌گردند. این فصل با تعمیم فرآیند پواسون به فرآیند پواسون ناهمگن و سپس توصیف فرآیندهای پواسون مرکب و فرآیند پواسون شرطی پایان می‌پذیرد.

در فصل پنجم زنجیرهای مارکوف زمان پیوسته مطالعه می‌شوند. در زنجیر مارکوف زمان پیوسته همانگونه که از نامش پیداست متغیر زمان بصورت پیوسته تغییر می‌کند درحالی‌که فضای حالت زنجیر یک مجموعه شمارش پذیر می‌باشد. در ابتدا توزیع مدت زمان اقامت در یک حالت دلخواه از زنجیر مارکوف زمان پیوسته مطالعه می‌شود. سپس احتمال گذر، ماتریس گذار و ماتریس آهنگ گذار و مسائل مرتبط با آنها تشریح می‌گردند. دیاگرام گذار و معادله چپمن - کولموگوروف نیز ارائه می‌شوند. معادلات دیفرانسیل پسر و پیشرو کولموگوروف مبحث بعدی می‌باشند. سپس فرآیند نیم مارکوف معرفی می‌شود. در ادامه زنجیر مارکوف نشانده شده بررسی می‌گردد. زنجیر مارکوف زمان پیوسته به عنوان فرآیند نیم مارکوف و همچنین پدیده انفجار موضوع‌های بعدی می‌باشند که به آنها پرداخته می‌شود. رده‌بندی حالت‌ها در زنجیرهای مارکوف زمان پیوسته، احتمالات حدی، ایستادن بودن و زنجیرهای مارکوف زمان

پیوسته‌ی وارون‌پذیر با زمان نیز بررسی می‌شوند. مبحث یکنواخت‌سازی آخرین موضوع این فصل می‌باشد.

فصل آخر به بررسی مقدماتی نظریه صف می‌پردازد. با توجه به تنوع زیادی که در انواع سیستم‌های صف وجود دارد، ارائه تحلیل کلیه سیستم‌های صف با جزئیات کافی در حوصله این کتاب نمی‌گنجد. بنابراین سعی شده است که موضوعاتی که برای اکثر سیستم‌های صف صادق می‌باشند، بررسی شوند. همچنین تحلیل سیستم‌های صفی ارائه شود که اساس بسیاری دیگر از سیستم‌های صف قرار می‌گیرند و یا حداقل روش تحلیل آن‌ها راهگشای مطالعه سیستم‌های پیچیده‌تر می‌باشد. در این راستا فرآیند تولد - مرگ معرفی و مطالعه می‌گردد. سپس سیستم‌های صف نمایی ارائه می‌شوند. در پایان سیستم صف با ورودی بواسون و زمان خدمت‌دهی دلخواه بررسی می‌شود.

این کتاب برای دانشجویان رشته مهندسی و سایر دانشجویان علاقه‌مند تنظیم شده و می‌تواند برای تدریس در دروس احتمال، فرآیندهای تصادفی، نظریه مقدماتی صف و... نیز محققینی که نیاز به مباحث مطرح شده در این کتاب دارند، مورد استفاده قرار بگیرد. انتخاب مطالب کتاب جهت تدریس بسته به نظر مدرس درس انجام می‌پذیرد.

در پایان از کارکنان مرکز نشر دانشگاه صنعتی اصفهان که اینجانب را در چاپ این کتاب یاری نموده‌اند به‌ویژه کارشناس محترم سرکارخانم مرضیه خردمند که در ویراستاری و صفحه آرایی کتاب زحمت فراوانی کشیده‌اند، سپاسگزارم.

مهدی مهدوی

دانشیار دانشگاه صنعتی اصفهان

پاییز ۱۴۰۱