

ویلیام فلر و احتمالات قرن بیستم

ج.ل. داب

ترجمه علی همدانی

۱. احتمالات در قرن بیستم

زمانی که ویلیام فلر در سال ۱۹۰۶ چشم به جهان گشود، اندازه لبیگ تازه ابداع شده بود و فرشه (۱) ده سال بعد نظریه اندازه را در فضا های مجرد معرفی کرد. به این ترتیب پایه های تکنیکی نظریه جدید احتمال ریاضی در دوران کودکی فلر گسترش یافت. از آن زمان احتمال توسط فلر بیسیک از هر کس دیگری به بخشی اساسی از ریاضی تبدیل شد، بخشی که نه تنها از دیگر بخشها استفاده می کند، بلکه خود در سایر بخشها سهم است.

در اوایل قرن حاضر گروهی اندک از احتمال دانها، نسبت به پایه های احتمال، چه به عنوان موضوعی از ریاضیات محض و چه کاربر بسته، خیالشان راحت بود. در واقع با ورشان این بود که موضوع ریاضی خاصی به نام احتمال، وجود ندارد بلکه احتمالات را یک پدیده فیزیکی و مجموعه ای از مسائل ریاضی مطرح شده توسط آن می دانستند. تا جایی که یک احتمال دان به شوخی عنوان کرده بود که "احتمال عددی است بین ۰ و ۱ که در باره آن هیچ چیز دیگری

دانسته نیست."

در تشریح مبانی احتمال هم هیچ تمايز آشکاري بين احتمال حقیقی و نظریه ریاضی آن وجود نداشت. مثلاً، نظریه فون میزز^(۲) یکی از نظریه های موثر آن زمان است که بر اساس اصل جمع آوری اطلاعات به صورت دنباله ای از مشاهدات یا خصوصیات ویژه تعریف شده بود. چون "مشاهده" یک مفهوم ریاضی نیست و ویژگیهای آن راهیچ دنباله ای در ریاضیات نمی تواند داشته باشد در نتیجه به شکل اصلی خود و با این حساب که نمی تواند یک نظریه رسمی ریاضی باشد و فقط واقعیت های موجود را توصیف می کند، باقی ماند. سرنوشت نظریه احتمال نتیجه غیر قابل اجتناب تقاضای ریاضیدانها برای دستیابی به تعاریف ودقت زیاده آنها بود و صحت صوری نظریه احتمال ریاضی، امروزه به طور غیر مستقیم به تحلیل فرایندهای واقعی احتمال کمک می کند و به نظر می رسد اصراً بر این نکته که رابطه بین ریاضیات و این فرایندها هنوز پیچیده و مبهم است، و یا اگر مبهم نیست برای بسیاری به اشکال متناقضی قابل درک است، از نظر آماردانان غیر ضروری است.

صورت بندی نظریه ریاضی احتمال بوسیله اشتین هاوس^(۳) در سال ۱۹۲۳ و فرشه در سال ۱۹۳۰ آن قدر کامل نبود که تاثير زیادی داشته باشد. اولین صورت بندی قابل قبول در نوشتاری از کولموگروف^(۴) در سال ۱۹۳۳ وجود دارد که البته پیش از آن و در حقیقت دست کم دوسده پیش از آن ریاضیدانانی بودند که در مقالات خود اشاره های صحیح و باارزشی درباره احتمال ریاضی کرده اند. در واقع آنها قادر بودند با استادی و مهارت خاصی معادلاتی را که ز پیشا مدها به آنها الهام می شد قبل از آنکه این مفاهیم به عنوان مجموعه های اندازه پذیر و انتگرالها به صورت ریاضی صورت بندی شوند، حل و بحث کنند. اما بررسی عمیق تر و ظرفیت تر مطلب با یستی تا زمان

جایگزینی مفادومعانی مستقیم‌فیزیکی مساله با اعتبار روش تجربیدریاضی معوق می‌ماند.

بعضی ازاحتمال دانهانسیبت به تعرض نظریه اندازه وآنالیزتابعی بر نظریه احتمال بی‌اعتنا بودندواهمیت آن را چیزی بیشترازکشف آن بازیگر نمایشنامه مولیرکه همه زندگیش به نثر صحبت می‌کرد و خودخبرنداشست نمی‌دانستند. اما درواقع این تعرض که فلرسم بسزایی در آن داشت، نظریه احتمال را درچهارچوب ریاضیات جدید جای می‌داد و بدون اغراق آن را با حوزه‌های کاملاً متفاوت ریاضی مربوط می‌کرد. پذیرش قطعی احتمال ریاضی به‌عنوان یک مبحث ریاضی محض برای بخش وسیعی از پژوهشهای نظریه احتمال غیرضروری می‌نمود. مثلاً، مقدارزیادی از نظریه توزیع حاصل جمع‌های متغیرهای تصادفی وابسته را می‌شد به صورت آنالیزپیچشهای توابع توزیع در نظرگرفت و هرگز نیازی به ذکر متغیرهای تصادفی نبود. ولی این قبیل مطالب به‌خاطر ماهیت احتمالی خود جالب توجه بودند تا جایی که بسیاری از محققین نمی‌توانستند اصلاً فکرش را بکنند، و یا بسیاری حتی اگر فکرش را می‌کردند بدون درک مفهوم احتمالی مساله قدرت انجامش را نداشتند. بدین ترتیب پذیرش نظریه احتمال به‌عنوان شاخه‌ای از ریاضیات توانست در پژوهشهایی تاثیرگذار دکه می‌توانستند بدون مفهوم احتمالی بیان شوند. حتی امروزه این پذیرش کامل نیست. در واقع بسیاری از دانشجویان ریاضی از جایگاه نظریه احتمال در رشته تحصیلاتشان بی‌اطلاع هستند.

این وضع چهل سال پیش حتی از این هم‌گیج‌کننده‌تر بود. دانشجویان بسختی می‌توانستند اشکالات کار کردن با یک موضوع را بدون اطلاع از اصول موضوع آن تصور کنند، هیچ کتاب‌درسی و یا منبعی وجود نداشت که بحث جدی و

قابل توجهی دربارهٔ مطلبی مانند " وقتی یک سکه به دفعات نامتناهی پرتاب شود، واقعا "چه اتفاق می افتد؟" داشته باشد.

اولین کتاب روشنگر در این زمینه توسط لوی (۵) در سال ۱۹۳۲ نوشته شد که به عنوان کتابی درسی تهیه نشده بود و بیشتر مورد استفادهٔ محققین قرار می گرفت. اگر از یک آمارشناس برجستهٔ اوایل دههٔ ۱۹۳۰ سوال می شد چگونه احتمالات را در دانشگاه به شما آموختند، متعجب می شد که مگر می توان احتمال را به عنوان یک درس مستقل آموزش داد. در آن زمان متغیرهای تصادفی هنوز مرموز بودند، به طوری که یکی از آمارشناسان برجستهٔ آن زمان در کلاس درسش عنوان کرده بود که معلوم نیست آیا دو متغیر تصادفی که نامهمبسته هستند با یکدیگر مستقل هم باشند، در آن زمان این ایده که متغیر تصادفی یک تابع ریاضی است هنوز ناآشنا بود، طوری که وی نتوانسته بود مثلاً "توابع سینوس و کسینوس را دربارهٔ $(\pi, 2\pi)$ با توزیع یکنواخت در آن فاصله به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر بگیرد و بسادگی مشاهده کند که آنها نامهمبسته و غیرمستقل هستند.

اما این مطلب هم واقعیت دارد که احتمالات بعضی از فریندگیهایش را با محور جنبهٔ مرموز خود از دست داده است. ولی خوشبختانه هنوز زمینهٔ اصلی فیزیکی خود را برای عنوان کردن ایده ها و مسائل صاحب است. جنبهٔ دیگر جالب بودن مطلب روابطی است که بین احتمالات و سایر بخشهای ریاضیات از قبیل معادلات دیفرانسیل پاره ای و نظریهٔ پتانسیل وجود دارد.

برای فلورود به محدهٔ احتمالات در اوایل دههٔ ۱۹۳۰ به عنوان فردی با زمینهٔ کلاسیک و روبروشدن با تعداد زیادی مسائل حل نشده بسیار هیجان انگیز بود. البته در آن زمان واضح نبود که این شاخه از علم آنقدر که امروزه روشن شده است، است، اما آشکار بود که مطلب جدید است از این

جهت که به زحمت می‌توان آن را با روشهای معمول لمس کرد. مثلاً "مطالعه فرآیندهای مارکوف با پارامترهای گسسته و پیوسته تازه با روشی نه چندان ساده شروع شده بود. گوناگونی مسائل کلاسیک احتمال آنقدر بود که جای تعجب نیست که تنها زمانی در از لازم بود تا مقالات مربوط به احتمال کوه آکنده از اصطلاحات عامیانه^۶ احتمال بود به قلمرو مطمئنی از معادلات انتگرال یا سایر میثاق جا افتاده دست یابند. از آن پس بود که هم نویسنده و هم خواننده می‌توانستند احساس آرامش کنند که اصطلاحات آنقدر اهمیت ندارند که احتیاج به شرح بیشتر باشد.

کاروینر^(۶) در حرکت براونی^(۷) در سال ۱۹۲۴ یک استثنا بود. اگرچه وینر بعداً "همه‌ساده‌ت‌نکرد که زبان و یا حتی نتایج مقدماتی نظریه^۶ احتمال را به کار برد، اما تحلیل وی از حرکت براونی کاملاً" دقیق بود. در واقع مسأله‌ای قدیمی ترد در فرایندهای تصادفی، نظریه^۶ عامی را خلق می‌کرد که شامل رهیافت او به حرکت براونی بود.

از دهه^۶ ۱۹۳۰ موضوع احتمال ریاضی شکوفا شد. چندین مجله^۶ علمی به احتمال محض اختصاص یافت و مجله‌هایی از قبیل سالنامه^۶ آمار ریاضی^(۸) که کاملاً از سایر مجله‌های احتمال متمایز است انتشار یافت. کتابهای درسی و تخصصی بسیاری به چاپ رسید، تا جایی که صحبت از رسیدن موضوع به منتها درجه^۶ خود و یا حتی گذشتن از آن شد. فلریکی از محققینی بود که موضوع را به وضع فعلی خود رساند. او علاقه داشت در پرتو پژوهش عالی خود، با پرداختن به مسائل مقدماتی احتمال و اصلاح راه‌حلهای شناخته شده آنها احساس آسودگی خیال کند. به امید آنکه حاصل پژوهشهای جدید محققین قادر باشد که راه او را در هر دو زمینه^۶ پژوهش اساسی و حک و اصلاح نتایج گذشته ادامه دهد.

فلردر ۶ ژوئیه ۱۹۰۶ در شهر زاگرب یوگسلاوی دیده به جهان گشود. او نهمین فرزند از دوازده فرزند صاحب یک کارخانه مواد شیمیائی بود. وی در سالهای ۱۹۲۳-۱۹۲۵ در دانشگاه زاگرب به تحصیل مشغول بود و از آنجا مدرکی معادل فوق لیسانس دریافت داشت و از سال ۱۹۲۶ در دانشگاه گوتینگن تحصیلات خود را ادامه داد و در سال ۱۹۲۸ موفق به اخذ درجه دکترا شد. در سال ۱۹۲۸ از دانشگاه گوتینگن با سمت استاد صاحب کرسی به دانشگاه کیل رفت و در ۱۹۳۳ پس از خودداری از امضای یک سوگندنامه حزب نازی مجبور به ترک دانشگاه شد. در دانشگاه کیل بود که اولین کارش را در احتمالات انجام داد. بعد از اقامت یکساله در کپنهاگ در سال ۱۹۳۴ به استکهلم رفت و به مدت ۵ سال، تا ۲۷ ژوئیه ۱۹۳۸ در دانشگاه آنجا به سربرد و با کلارا نیلسن که دانشجوی وی در کیل بود ازدواج کرد.

فلر در سال ۱۹۳۹ به پرویدنس (آمریکا) مهاجرت کرد و در آنجا دانشیار دانشگاه براون و اولین سردبیر مجله علمی *Mathematical Review* که در آن سال انتشار یافت شد. در آن موقع تنها یک مجله نقد ریاضی منتشر می شد که در چنگال نازیها به تباهی کشیده شده بود. بیشتر موفقیت *Math. Review* بر اثر سیاستهایی بود که فلر اعمال کرد. *Math. Review* در دوره نسبتاً آرام علمی که نقد و بررسیهای دقیق را ایجاد می کرد پایه گذاری شد. بعضیها بر این عقیده اند که نقد مرسوم یک مساله نمایشی است مانند بسیاری از دانشگاههای نمایشی، اما حتی اگر این امر واقعیت داشته باشد، خود سرعت زیاد توسعه ریاضیات آن را باعث شده است و *Math. Review* نیز عاملی جهت پیشبرد پژوهشهای ریاضی بوده است.

در سال ۱۹۴۵ فلر کرسی استادی را در دانشگاه کورنل پذیرفت و تا

سال ۱۹۵۰ در آنجا ماند و سپس به دانشگاه پرینستون با سمت استادیار ریاضیات تغییر مکان داد و علاوه بر استادمیهمان دائمی دانشگاه را کفلر بود، در آنجا اوسالهای تحصیلی ۶۶-۱۹۶۵ و ۶۸-۱۹۶۷ را سپری کرد. بزرگترین جاذبه دانشگاه را کفلر برای وی امکان ملاقات و گفتگو با زیست‌شناسان بود. اولین مقاله احتمالی فلدر در سال ۱۹۳۵ درباره قضیه حد مرکزی بود که در واقع با بررسی خصوصیات حاصل جمع‌های بهنجار شده متغیرهای تصادفی مستقل موضوع بیشترین پژوهشهای بعدی وی، چه از جنبه نظریه توزیع و چه از جنبه عدم‌جانسی مجموعها، را شامل می‌شد. بعضی از عمیق‌ترین کارهای وی در ارتباط با حالت عمومی قانون لگاریتم‌ها بود که درباره توابع توزیع و پیش‌های آنها مطرح می‌گردید و نه متغیرهای تصادفی، و بنا بر این به صورت بندی ریاضی نظریه احتمال که قبل از آن توسط کولموگروف معرفی شده بود کاری نداشت. مقاله قضیه حد مرکزی وی شرایط لازم و کافی همگرایی به حدگوسی (توزیع نرمال) را ارائه می‌کرد.

در ۱۹۰۶ مارکوف اولین کار خود را درباره دنباله متغیرهای تصادفی با خصوصیتی که اکنون نامش را از وی دارد انجام داد. پیشرفت ابتدا بکندی صورت می‌گرفت و بعضی از کارهای مارکوف چندین بار مجدداً کشف شد. تا سال ۱۹۳۱ که مقاله کولموگروف درباره فرایندهای مارکوفی با پارامتر پیوسته نقطه عطفی بود که نخستین بررسی سیستماتیک این فرایندها را که شامل فرایند انتشار^(۹) (پخش) بود در پی داشت. فلدر در سال ۱۹۳۶ اولین مقاله خود را در این زمینه درباره اثبات قضیه وجود ویگانگی معادلات انتگرال و دیفرانسیل را که به مراتب جالب‌تر از کار کولموگروف بود در ارتباط با احتمالات انتقالی ارائه داد، معادلاتی که در واقع مورد توجه هر دو نویسنده بود. مطلب فرایندهای تصادفی در درجه دوم اهمیت قرار داشت، اگرچه

الهام بخش آنالیز بود، و لذا جای تعجب نیست که از دیدتاریخی کولموگروف -
 فرایندمارکوفی را اشتباه تعریف کرده باشد و فلر به دنبال او یک خصوصیت
 غیر صحیح دیگر (افزایشهای مستقل) را به تعریف او اضافه کند. تمام اطلاعاتی
 که آنها نیاز داشتند معادل چا پمن^(۱۰) - کولموگروف بود و فرایندی که برای
 آنها منشاء الهام بود کاملاً "بی ربط" می نمود. چیزی که فلر را از لوی متمایز
 می کرد علاقه وی به معادلات دیفرانسیل یا انتگرال ویانیم گروههایی بود
 که در احتمالات مطرح می شد تا خصوصیت نمونه ها، از طرف دیگر و فکر خود را از -
 خصوصیت نمونه ها خالی نمی کرد و اگر چه او این خصوصیات را مشخصاً "به کار
 نمی برد، احساس اطمینانی نسبت به آنها داشت و بدین وسیله بسیاری
 از تحلیلهای خود را بر اساس آن خصوصیات ارائه داد.

فلر بعدها موضوع فرایندهای مارکوفی را بعد از مقاله سال ۱۹۳۵ به
 موضوع متغیاتی تغییر داد، در واقع او تحلیل را در چارچوبی جدید با بکارگیری
 نظریه نیم گروهها در نیم گروههای پدید آمده به وسیله این فرایندها متکی
 ساخت و مشاهده کرد که شرایط کران دار بودن معادلات دیفرانسیل سهموی که
 بوسیله ماتریس انتقال به وجود می آیند از یک طرف مربوط به مشخصات دامنه
 مولدهای بینهایت کوچک نیم گروهها است، و از طرف دیگر مربوط به رفتار
 مسیرهای فرایند در کرانه های فضای تعیین کننده آن است. بطور خاص وی یک
 صورت طبیعی، زیبا و صریح از مولدهای بینهایت کوچک فرایندیک بعدی
 انتشار را پیدا کرد، کاری که در آن او پیش از او پیش قدم است.

فلر سوای از تخصص خود، به خاطر دو جلد کتابش تحت عنوان مقدمه ای بر نظریه
 احتمال و کاربرد آن بسیار مشهور است. او هیچگاه از تجدیدنظر در مطالب
 این دو کتاب و معمولاً از پیدا کردن روشهای جدید، کاربردهای جدید و مثالها
 جدید برای تکمیل مطالب آنها خسته نمی شد. این کتاب دو جلدی به خاطر

پیچیدگی دیدگاهش و نیز کار بردها پیش در داخل و خارج ریاضیات محض بی نظیر است. هیچ کتاب دیگری نمی توان یافت که در ترکیبی از ریاضیات محض و ذوق خیره کننده ای از روشها و کار بردها کوچکترین شباهتی با این کتاب داشته باشد که احساسات شورا انگیز نویسنده را چنین آشکار کند. — به کا رگیری این روش، کتاب فوق را بطرز غیر منتظره ای برای غیر متخصصین مشهور ساخته است به همان اندازه که برای اهل فن از جنبه ظرافت و گستردگی، اصیل بودن مطالب آن که جای خود دارد، اهمیت دارد.

فلر هرگز به طور جدی با آما رد رگیر نشد. اگرچه او بسیار علاقه مند به این موضوع بود. او با بی نباشت که با اعداد وارقام درگیر شود و در واقع بعضی اوقات دوست داشت که، به عنوان تفریح، مسائل حداقل مربعات را با ماشین حساب گردستی انجام دهد. او رئیس موسسه آما ریاضی (I.M.S) در سال ۱۹۴۶ بود. علاقه وی به کار بردها غیر عادی بود. از یک سو پژوهشهای او کاملاً نظری و در ریاضیات محض انجام می گرفت، و از سوی دیگر بر مراتب بیشتر از یک فرد آما تور در زمینه های کار بردی منجمله آما روزنتیک علاقه و معلومات داشت. وی چندین مقاله با کارگیری روشهای جالب و جدید احتمالات در ژنتیک انتشار داد. هیچ چیز به اندازه پیدا کردن کار بردی برای مطالب نظری موضوع کارش وی را خوشحال نمی کرد. از طرف دیگر برای مطالب سطحی و غیر علمی حرص و جوش نمی زد و هیچ چیز او را تا این حد به هیجان نمی آورد که موضوعی را غیر علمی تشخیص دهد، خواه این موضوع مورد علاقه او باشد خواه نباشد. بنا بر این او نسبت به کسانی که بدون اطلاعات و آما رکافی فقط با احساسات رابطه بین سرطان ریه و سیگار را مطرح می کردند و یا آنها یی که با دلایل یکنواخت به نظریه ولیکفسکی (۱۱) ایراد می گرفتند نظر تحقیر آمیز داشت.

فلر عضو آکادمی ملی علوم آمریکا، آکادمی سلطنتی علوم دانمارک و آکادمی علوم یوگسلاوی و همچنین عضو آکادمی علوم و هنر آمریکا و انجمن فلسفی آمریکا بود. همسرا و مدال ملی علوم را مدت کوتاهی پس از مرگش برای او پذیرفت. کسانی که فلر را سخما "می شناسند، جدا از شخصیت ریاضیدان بودنش، وی را بدلیل ذوق و سلیقه منحصر بفردش، تلقی خوش بینانه اش از زندگی، هیجانهایی که با لطیفه های خود فراهم می آورد، - مخصوصا "لطیفه های دربار" ریاضیات و ریاضیدانها به خاطر می آورند. حضور در کلاس درس ریاضی او تجربه ای منحصر بفرد بوده هیچ کس دیگر نمی تواند در کلاسش به اندازه شنوندگان در خود هیجان به وجود آورد. با از دست دادن او دنیای ریاضیات یکی از قوی ترین شخصیتها و یکی از قوی ترین پژوهشگران خود را از دست داد. یادش گرامی باد.

J. L. Doob

William Feller and Twentieth century Probability

Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium, Vol. II, Edited by M. L. Lecan, J. Neyman and E. Scott University of California Press, 1972.

توضیحات :

- | | |
|----------------|--------------------------------------|
| 1. Fre'chet | 2. von Mises |
| 3. Steinhaus | 4. Kolmogorov |
| 5. Le'vy | 6. Wiener |
| 7. Brownian | 8. Annals of Mathematical Statistics |
| 9. diffusion | 10. Chapman |
| 11. Velikovsky | |