

تذکر.

- ۱- لطفاً قسمت بالای تمام صفحات پاسخ‌نامه را تکمیل کنید.
- ۲- در طول آزمون به هیچ پرسشی پاسخ داده نمی‌شود.
- ۳- هر نوع استفاده از تلفن همراه در طول آزمون ممنوع است. لطفاً تلفن همراه خود را در این مدت خاموش کنید.

۱- فرض کنید $a > 1$. ثابت کنید دنباله‌ی $\{a_n\}$ با ضابطه‌ی $a_n = \frac{n^2}{a^n}$ همگرا است. (۱۰ نمره)

۲- همگرایی یا واگرایی دو سری زیر را بررسی کنید. (۲۰ نمره)

(الف)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(n-1)!}{n^n}$$

(ب)
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

۳- تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه‌ی زیر مفروض است.

$$f(x) = \begin{cases} x^y \ln x & x > 0 \\ (1 - e^{-x^y}) \sin x & x \leq 0 \end{cases}$$

(۲۰ نمره) مشتق‌پذیری f در $x = 0$ را بررسی و ضابطه‌ی تابع مشتق را تعیین کنید.