

لطفا توجه کنید

- ۱- نام، شماره دانشجویی و نام مدرس خود را در بالای تمام صفحات پاسخ‌نامه بنویسید.
- ۲- از جدا کردن صفحات پاسخ‌نامه جدا خودداری کنید.
- ۳- در طول امتحان به هیچ سئوالی پاسخ داده نمی‌شود.
- ۳- استفاده از موبایل در طول مدت امتحان ممنوع است. لطفاً دستگاه‌های خود را در این مدت خاموش نگه دارید.

۱- تابع $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه‌ی $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2 - y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ مفروض است. الف) نشان دهید که f در $(0, 0)$ پیوسته است.

ب) مطلوبست تعیین مشتق سویی تابع f در نقطه‌ی $(0, 0)$ و در سوی بردار یکه‌ی $\mathbf{u} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$.

ج) نشان دهید که f در نقطه‌ی $(0, 0)$ مشتق‌پذیر نیست.

د) مطلوبست تعیین معادله‌ی صفحه‌ی مماس بر رویه‌ی S به معادله‌ی $z = f(x, y)$ در نقطه‌ی $(1, 0, 0)$. (۲۰ نمره)

۲- فرض کنید $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی با مشتقات جزئی مرتبه‌ی دوم پیوسته باشد. اگر $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه‌ی $g(x, y) = f(x + y, x^2 - y)$ داده شده باشد، مطلوبست محاسبه‌ی $\frac{\partial g}{\partial x}$ و $\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}$ بر حسب مشتقات جزئی مرتبه‌ی اول و مرتبه‌ی دوم f . (۸ نمره)

۳- تابع $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه‌ی $f(x, y) = xye^{-(x+y)}$ مفروض است. اکسترم‌های نسبی و نقاط زینی f را در صورت وجود مشخص کنید. (۱۲ نمره)

موفق باشید