

آزمون میان ترم هندسه دیفرانسیل

مدت آزمون: ۹۰ دقیقه

۱۳۹۱/۸/۸

۱. برای خم منظم $\mathbf{r}(t) = (3t - t^3)\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j} + (3t + t^3)\mathbf{k}$ اجزای دستگاه فرنه $(\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}, \kappa, \tau)$ را به دست آورید. (۲۰ نمره)

۲. الف) فرض کنید $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ خم منظمی با تندی واحد و خمیدگی ثابت باشد. نشان دهید تاب خم $\mathbf{R}(s) = \int_0^s \mathbf{B}(u)du$ مقداری ثابت خواهد بود. (۱۰ نمره)

ب) نشان دهید برای یک خم منظم با قاب فرنه $\{\mathbf{T}, \mathbf{N}, \mathbf{B}\}$ در هر نقطه برداریکتهای \mathbf{D} وجود دارد به قسمی که $\mathbf{T}' = \mathbf{D} \times \mathbf{T}$ ، $\mathbf{N}' = \mathbf{D} \times \mathbf{N}$ و $\mathbf{B}' = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$. (۱۰ نمره)

۳. ابتدا نشان دهید نگاشت $\mathbf{x}(x, y) = (\sin x \cos y)\mathbf{i} + (\sin x \sin y)\mathbf{j} + (\cos x \ln(\tan \frac{x}{4}))\mathbf{k}$ برای حوزه‌ی مناسبی از مقادیر x, y یک رویه‌ی ساده را مشخص می‌کند، سپس ضرایب متریک ریمان و فرم اساسی اول آن را در یک نقطه‌ی دلخواه رویه به دست آورید. (۱۰ نمره)

۴. نشان دهید نگاشت با ضابطه‌ی $f(t, \theta) = (\sinh t, \theta)$ برای $t, \theta \in \mathbb{R}$ و $0 < \theta < \pi$ نقاط رویه‌ی $\mathbf{x}(t, \theta) = (\cosh t \cos \theta)\mathbf{i} + (\cosh t \sin \theta)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ را به صورت یک به یک و پوشا به نقاط رویه‌ی $\mathbf{y}(u, \varphi) = (u \cos \varphi)\mathbf{i} + (u \sin \varphi)\mathbf{j} + \varphi\mathbf{k}$ به قسمی می‌نگارد که فرم اساسی اول رویه‌ی \mathbf{x} در هر نقطه‌ی P با فرم اساسی اول رویه‌ی \mathbf{y} در $f(P)$ برابر است. (۱۰ نمره)

«موفق باشید»