دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده علوم ریاضی

عمل‌های دوتایی به‌دست آمده از مجموعه‌های جایگشتی متقارن و کاربردهای آن در هندسه‌ی مطلق

پایان‌نامه کارشناسی ارشد ریاضی (هندسه)

هما گل‌وردی یزدی

استاد راهنما

دکتر سید قهرمان طاهریان

چکیده:

در این پایان‌نامه به بررسی ساختارهای جبری نظیر یک مجموعه‌ی جایگشتی متقارن و شرایطی پرداخته می‌شود که این ساختار یک دور یا چپ—دُور می‌شود. همچنین رابطه‌ی بین عمل این دُورها و کاربرد آن در هندسه‌ی مطلق مطرح خواهد شد.

مجموعه‌ی ناتهی P به همراه یک زیر مجموعه‌ی $A \subseteq \mathrm{Sym}\ P$ یک مجموعه‌ی جایگشتی متقارن است اگر دارای شرط $(\mathbf{S})$ به صورت زیر باشد:

برای هر $x, y \in P$ دقیقاً یک $\alpha \in A$ وجود دارد که $\alpha(x) = y$ و $\alpha(y) = x$.

با توجه به شرط $(\mathbf{S})$ قرار می‌دهیم: $\alpha := \widetilde{xy}$ و $\widetilde{x} := \widetilde{xx}$.

اگر o یک نقطه ی ثابت P باشد، $a + b$ و $a \oplus b$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$a + b := \widetilde{oa} \circ \widetilde{oo}(b) \quad , \quad a \oplus b := \widetilde{ab}(o)$$

$(P, +)$ را K—مشتق و $(P, \oplus)$ را C—مشتق (P, A) در نقطه‌ی o می‌نامیم. نشان می‌دهیم $(P, +)$ چپ—دُور است اگروتنهااگر $\widetilde{o}$ خودوارون باشد و یک دُور است اگر علاوه بر آن زیرمجموعه‌ی $\widetilde{oP} := \{\widetilde{ox} \mid x \in P\}$ از A روی P منظم باشد. در حالی که $(P, \oplus)$ یک دُور جابجایی است اگروفقطاگر o یک نقطه‌ی منظم از مجموعه جایگشتی $(P, \widetilde{aP})$ برای تمام نقاط $a \in P$ باشد.

در ادامه‌ی بحث در مورد شرایطی بحث می‌شود که تحت آنها از ساختارهای جبری $(P, +)$ و $(P, \oplus)$ یک مجموعه‌ی جایگشتی متقارن حاصل می‌شود به قسمی که این مجموعه‌ی جایگشتی بر مجموعه جایگشتی متقارن اصلی (P, A) منطبق می‌شود. به علاوه روابط بین ویژگی‌های (P, A) با $(P, +)$ و $(P, \oplus)$ بررسی می‌شوند. در بخش آخر به رده‌ی خاصی از مجموعه های خودوارون منظم می‌پردازیم.

ساختار $(P, \widetilde{P})$ که P مجموعه‌ی نقاط یک صفحه‌ی مطلق عادی و $\widetilde{P}$ مجموعه‌ی انعکاس‌های نقطه‌ای یک صفحه‌است، یک مثال از مجموعه‌ی خودوارون ناوردای منظم است. در این حالت (P, A) یک ویژگی اصلی دیگر دارد که برای هر $\alpha \in A$ داریم $|\mathrm{Fix}\ \alpha| = ۱$. علاوه براین رابطه‌ی $\rho := \{(a, b, c) \in P^۳ \mid \widetilde{a} \circ \widetilde{b} \circ \widetilde{c} \in \widetilde{P}\}$ یک رابطه‌ی هم ارزی سه تایی است که بر رابطه‌ی هم خطی منطبق می‌شود. در این حالت K—مشتق در هر نقطه یعنی $(P, +)$ یک K—دوُر (براک—دُور) با این ویژگی اضافی‌است که:

برای هر $a, b, c \in P \backslash \{o\}$ اگر $a^+ \circ c^+ \ , \ b^+ \circ c^+ \in P^+$ آنگاه $a^+ \circ b^+ \in P^+$.

به طور کلی این ویژگی از K−دوُر به‌دست آمده، مجموعه‌های خودوارون ناوردای منظم (P, A) را مشخص می‌کند که برای هر $\alpha \in A$ داشته باشیم $|\mathrm{Fix}\ \alpha| = ۱$ و رابطه ی ρ یک رابطه‌ی هم ارزی سه تایی است.
رده بندی موضوعی: ۵۱E۱۰، ۰۵C۷۰ و ۲۰N۰۵.
کلمات کلیدی: مجموعه‌ی جایگشتی متقارن ، مجموعه‌ی خودوارون، چپ−دُور، K−دُور، بِراک−دُور، .