

بنام خدا

ریاضی عمومی ۲ کوئیز اول AA

مدت ۵۰ دقیقه

۹ اسفندماه ۱۳۸۹

نام و نام خانوادگی : شماره‌ی دانشجویی :
نام استاد :

تذکر: لطفاً پاسخ سوالات را تنها در پاسخ نامه درج نمائید.

(۱) خم C به معادلات پارامتری $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 2t$ و طول قسمتی از این خم واقع بین نقاط $P_0(1, 0, 0)$ و $P_1(-1, 0, 2\pi)$ برابر کدامیک از گزینه‌های زیر است؟
الف) π ب) $\sqrt{3}\pi$ ج) $\sqrt{5}\pi$ د) $\sqrt{7}\pi$

(۲) خم C به معادلات پارامتری $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$ مفروض است. تابع $s(t)$ طول کمان اندازه گرفته شده از نقطه‌ی $P_0(1, 0)$ تا نقطه‌ی نظیر $t > 0$ برابر کدامیک از گزینه‌های زیر است؟
الف) $s(t) = e^t - 1$ ب) $s(t) = \sqrt{2}(e^t - 1)$
ج) $s(t) = e^t$ د) $s(t) = \sqrt{2}e^t$

(۳) انحنا‌ی خم $\gamma : y = \tan^{-1}x$ در نقطه‌ی $(1, \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

الف) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ب) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ج) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ د) $\frac{4}{5\sqrt{5}}$

(۴) زاویه‌ای که خطوط مماس بر خم

$$\gamma : r = r(t) = (t^2, t - t^2, t)$$

در هر نقطه با صفحه به معادله $x + y - z = 1$ می‌سازد کدام است؟

الف) 0 ب) $\frac{\pi}{4}$ ج) $\frac{\pi}{3}$ د) π

(۵) خم C به معادلات $x(t) = t^2 - 1$, $y(t) = t^2 + t$, $z(t) = 1 - t^3$ مفروض است. در کدام نقطه از این خم، صفحه‌ی قائم بر C به موازات صفحه‌ی yoz است؟

الف) $(-1, 0, 1)$ ب) $(0, 2, 0)$ ج) $(3, 6, -7)$ د) $(0, 0, 2)$

(۶) خم C به معادلات پارامتری $x(t) = t$, $y(t) = \sin t$, $z(t) = \cos t$ مفروض است. انحنا‌ی این خم به عنوان تابعی از پارامتر t عبارتست از

الف) $\frac{t}{2}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) $\sqrt{1+t^2}$ د) $\kappa(t) = 1$

۷) فرض کنید C خمی هموار با معادله برداری $\mathbb{R}^3 \rightarrow [a, b]: \mathbf{r}$ باشد. اگر C روی کره‌ای به مرکز مبدا مختصات قرار داشته باشد آنگاه کدامیک از گزینه‌های زیر در حالت کلی درست است.

- الف) انحنای خم C در نقاط مختلف، مقداری ثابت است.
 ب) مرکز انحنای خم نظیر نقاط مختلف، ثابت و همان مرکز کره است.
 ج) زاویه‌ی بین بردارهای $\mathbf{r}(t)$ و $\mathbf{r}'(t)$ مقداری ثابت و مستقل از t است.
 د) زاویه‌ی بین بردارهای $\mathbf{r}'(t)$ و $\mathbf{r}''(t)$ مقداری ثابت و مستقل از t است.

۸) مرکز دایره‌ی بوسان خم به معادله‌ی $y = \frac{1}{x}$ در نقطه‌ی $(1, 1)$ کدام یک از نقاط زیر است؟
 الف) $(-2, -2)$ ب) $(1, 1)$ ج) $(-1, -1)$ د) $(2, 2)$

۹) اگر $\mathbf{r}(t) = (\cos t)\mathbf{i} + (\sin t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ آنگاه مقدار عبارت $\frac{d}{dt}(\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}'(t) \times \mathbf{r}''(t))$ در $t = 0$ برابر است با
 الف) ۲ ب) صفر ج) ۱ د) -۲

۱۰) محل تلاقی خط قائم بر خم C با معادلات پارامتری $x = 6 \sin(2t)$, $y = 6 \cos(2t)$, $z = 5t$ در نقطه‌ی $(0, 6, 5\pi)$ با صفحه‌ی $\pi x + \pi y - z + 3\pi = 0$ کدام گزینه است؟
 الف) $(0, 2, 5\pi)$ ب) $(0, 2\pi, 5)$ ج) $(2, 0, \pi)$ د) $(1, 1, 0)$

پاسخ نامه

پاسخ	الف	ب	ج	د
۱				
۲				
۳				
۴				
۵				
۶				
۷				
۸				
۹				
۱۰				

موفق باشید