Kernel Density Estimate

همان طور که می‌دانیم، رسم هیستوگرام یک روش برای خلاصه کردن اطلاعات موجود در دیتا ایجاد شده است.
با استفاده از کرنل می‌توان اطلاعات موجود در هیستوگرام را به طریق مناسب‌تری نمایش داد و اطلاعات
کمتری را در مرحله خلاصه کردن از دست داد.
اگر $x_1, \dots, x_n$ مشاهدات باشند، تخمین تابع $\hat{f}(x)$ که به نوعی برآورد $f(x)$ است به صورت
زیر محاسبه می‌شود

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n\lambda} \sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x_i - x}{\lambda}\right) \qquad (*)$$

که در آن $K(\cdot)$ را کرنل یا هسته گویند و برای مثال می‌تواند به صورت زیر باشد

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} \longrightarrow K\left(\frac{x_i - x}{\lambda}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} e^{-\frac{1}{2\lambda}(x_i - x)^2}$$

در رابطه (*)، λ درجه هموار بودن را نشان می‌کند و به نوعی به طول عرض ستون‌ها باشد. نقش c
در جلوی دستور Kernel نشان می‌شود.

```
Proc Univariate;
Histogram y / kernel (c=5);
run;
```

تعریف کرنل به نوعی ایده‌ی هیستوگرام الهام گرفته شده با این تفاوت که در هیستوگرام، $\lambda = 1$ و

$$K(x_i - x) = \begin{cases} 1 & |x_i - x| < 1 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases}$$

و $\hat{f}(x)$، برای همه x محاسبه نمی‌شود. بلکه برای xهایی که نماینده طبقه هستند، محاسبه می‌شود و برای
سایر xهای موجود در آن طبقه، همان مقدار $\hat{f}(x)$ در نظر گرفته می‌شود و به این ترتیب شکل‌های
هیستوگرام اصلی قطعه‌ای می‌شود.