

استنباط آماری (برآورد، آزمون فرضیه) برای پارامترهای یک جامعه: اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای  $n$  تایی از جامعه باشد:

قاعده آزمون در اندازه $\alpha$ برای فرضیه $H_1: \theta = \theta_0$ (مقدار ثابت) در مقابل:			فاصله اطمینان $1-\alpha$	نقطه‌ای برآورد	تابع محوری (pivot) و توزیع آن	تحت شرایط	$\theta$ پارامتر مورد نظر
$H_1: \theta \neq \theta_0$	$H_1: \theta > \theta_0$	$H_1: \theta < \theta_0$					
$\mu_0 - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{x} < \mu_0 + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow AH_0$	$\bar{x} > \mu_0 + z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} < \mu_0 - z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} \mp \left( z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$	$\bar{x}$	$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{\sigma} \sim N(0,1)$ ( $\sim N(0,1)$ )	جامعه نرمال (یا دلخواه ولی $n > 30$ ) و واریانس جامعه مقدار معلوم $\sigma^2$	$\theta = \mu$ میانگین جامعه
$\mu_0 - t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{x} < \mu_0 + t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow AH_0$	$\bar{x} > \mu_0 + t_{n-1, 1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} < \mu_0 - t_{n-1, 1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} \mp \left( t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$	$\bar{x}$	$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \sim t_{n-1}$	جامعه نرمال $n < 30$ و واریانس جامعه مجهول	
$\mu_0 - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} < \bar{x} < \mu_0 + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow AH_0$	$\bar{x} < \mu_0 + z_{1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} < \mu_0 - z_{1-\alpha} \frac{S}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$\bar{x} \mp \left( z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$	$\bar{x}$	$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \sim N(0,1)$	جامعه دلخواه $n > 30$ و واریانس جامعه مجهول	
$\frac{\sigma_0^2 \chi_{n, \frac{\alpha}{2}}^2}{n} < S_b^2 < \frac{\sigma_0^2 \chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n} \Leftrightarrow AH_0$	$S_b^2 > \frac{\sigma_0^2 \chi_{n, 1-\alpha}^2}{n} \Leftrightarrow RH_0$	$S_b^2 < \frac{\sigma_0^2 \chi_{n, \alpha}^2}{n} \Leftrightarrow RH_0$	$\left( \frac{nS_b^2}{\chi_{n, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{nS_b^2}{\chi_{n, \frac{\alpha}{2}}^2} \right)$	$S_b^2$	$\frac{nS_b^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$	جامعه نرمال و میانگین جامعه مقدار معلوم $\mu_0$	$\theta = \sigma^2$ واریانس جامعه
$\frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2}{n-1} < S^2 < \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}{n-1} \Leftrightarrow AH_0$	$S^2 > \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, 1-\alpha}^2}{n-1} \Leftrightarrow RH_0$	$S^2 < \frac{\sigma_0^2 \chi_{n-1, \alpha}^2}{n-1} \Leftrightarrow RH_0$	$\left( \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}^2}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}^2} \right)$	$S^2$	$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$	جامعه نرمال و میانگین جامعه مجهول	
$P_0 - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} < p < P_0 + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} \Leftrightarrow AH_0$	$p > P_0 + z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{pq}{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$p < P_0 - z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{pq}{n}} \Leftrightarrow RH_0$	$P \mp \left( z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} \right)$	$P$	$\frac{p-P}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$	$n$ خیلی بزرگ ( $np > 15, nq > 15$ )	$\theta = P$ نسبت در جامعه

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i$      $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$      $S_b^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \mu_0)^2$      $P = \text{تعداد اعضای جامعه که دارای خصوصیت ویژه‌ای هستند} / n$      $q = 1-p$

$z_{\alpha}$  = صدک  $\alpha$  ام توزیع نرمال استاندارد  
 $t_{n, \alpha}$  = صدک  $\alpha$  ام توزیع استودنت با درجه آزادی  $n$   
 $\chi_{n, \alpha}^2 = m$  صدک  $\alpha$  ام توزیع کای‌دو با درجه آزادی  $m$   
 $F_{n_1, n_2, \alpha}$  = صدک  $\alpha$  ام توزیع F با  $n_1$  و  $n_2$  درجه آزادی

$RH_0$ :  $H_0$  رد کردن  
 $AH_0$ :  $H_0$  رد نکردن  
 $\mathcal{F}_{n_1, n_2, \alpha} = \frac{1}{\mathcal{F}_{n_2, n_1, 1-\alpha}}$   
 $p_* = \frac{n_1 p_1 + n_2 p_2}{n_1 + n_2}$  و  $q_* = 1 - p_*$

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i$      $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_1^n y_i$      $S_1^2 = \frac{1}{n_1-1} \sum_1^{n_1-1} (x_i - \bar{x})^2$      $S_2^2 = \frac{1}{n_2-1} \sum_1^{n_2} (y_i - \bar{y})^2$      $S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$      $M \simeq \min(n_1 - 1, n_2 - 1)$

\*\* توجه: در توابع محوری علامت  $\sim$  به این معناست که تابع تقریباً دارای چنین توزیعی است و علامت  $\sim$  یعنی دقیقاً دارای چنین توزیعی است.

استنباط آماری (برآورد، آزمون فرضیه) برای مقایسه پارامترهای دو جامعه مستقل: اگر  $X_1, X_2, \dots, X_{n_1}$  نمونه‌ای  $n_1$  تایی از جامعه اول و  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2}$  نمونه‌ای  $n_2$  تایی از جامعه دوم باشد:

قاعده آزمون در اندازه  $\alpha$  برای فرضیه  $H_1: \theta_2 = \theta_1$  در مقابل:

			فاصله اطمینان $1-\alpha$	برآورد نقطه‌ای	تابع محوری (pivot) و توزیع آن	تحت شرایط	$\theta$ پارامتر مورد نظر
$H_1: \theta_1 \neq \theta_2$	$H_1: \theta_1 > \theta_2$	$H_1: \theta_1 < \theta_2$					
$ \bar{x} - \bar{y}  > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) > z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) < -z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) \mp z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$\bar{x} - \bar{y}$	$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$ ( $\sim N(0,1)$ )	دو جامعه نرمال (یا دلخواه ولی $n_1, n_2 > 30$ ) واریانس‌های دو جامعه مقادیر معلوم $\sigma_1^2$ و $\sigma_2^2$	$\theta_1 - \theta_2 = \mu_1 - \mu_2$
$ \bar{x} - \bar{y}  > t_{1-\frac{\alpha}{2}, M} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) > t_{M, 1-\alpha} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) < -t_{M, 1-\alpha} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) \mp t_{1-\frac{\alpha}{2}, M} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$	$\bar{x} - \bar{y}$	$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_M$	دو جامعه نرمال $n_1, n_2 < 30$ واریانس‌های دو جامعه مجهول و نابرابر	تفاضل میانگین‌های دو جامعه
$ \bar{x} - \bar{y}  > t_{n_1+n_2-2, 1-\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) > t_{n_1+n_2-2, 1-\alpha} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) < -t_{n_1+n_2-2, 1-\alpha} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) \mp t_{n_1+n_2-2, 1-\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$	$\bar{x} - \bar{y}$	$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$	دو جامعه نرمال $n_1, n_2 < 30$ واریانس‌های دو جامعه مجهول ولی با هم برابر	تفاضل میانگین‌های دو جامعه
$ \bar{x} - \bar{y}  > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) > z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) < -z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \Leftrightarrow RH_0$	$(\bar{x} - \bar{y}) \mp z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$	$\bar{x} - \bar{y}$	$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	دو جامعه نرمال $n_1, n_2 > 30$ واریانس‌های دو جامعه مجهول	تفاضل میانگین‌های دو جامعه
$ p_1 - p_2  > z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{p_* q_* \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \Leftrightarrow RH_0$	$(p_1 - p_2) > z_{1-\alpha} \sqrt{p_* q_* \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \Leftrightarrow RH_0$	$(p_1 - p_2) < -z_{1-\alpha} \sqrt{p_* q_* \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} \Leftrightarrow RH_0$	$(p_1 - p_2) \mp z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$	$p_1 - p_2$	$\frac{(p_1 - p_2) - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$	$n_1, n_2$ خیلی بزرگ ( $n_i p_i > 15, n_i q_i > 15; i=1,2$ )	$\theta_1 - \theta_2 = P_1 - P_2$
$\mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1, 1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{S_1^2}{S_2^2} < \mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \Leftrightarrow AH_0$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} > \mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1, 1-\alpha} \Leftrightarrow RH_0$	$\frac{S_1^2}{S_2^2} < \mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1, \alpha} \Leftrightarrow RH_0$	$\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} \mathcal{F}_{n_2-1, n_1-1, \frac{\alpha}{2}}, \frac{S_1^2}{S_2^2} \frac{1}{\mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1, \frac{\alpha}{2}}}\right)$	$\frac{S_1^2}{S_2^2}$	$\frac{\sigma_1^2 S_1^2}{\sigma_2^2 S_2^2} \sim \mathcal{F}_{n_1-1, n_2-1}$	دو جامعه نرمال	$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$