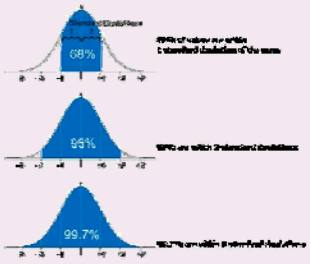
نمونه برداری

جلسه اول

$$V = \frac{1}{(\sum_{i=1}^{N} q_i m_i)^2} \sum_{i=1}^{N} q_i (1 - q_i) m_i^2 \left(a_i - \frac{\sum_{j=1}^{N} q_j a_j m_j}{\sum_{j=1}^{N} q_j m_j} \right)^2$$

مهدی نصیری سروی
دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان
مهر ۱۳۹۲



اهداف آموزشی جلسه اول

- بررسی دلایل انجام نمونه برداری
- کلیاتی در مورد نمونه برداری
- مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری
- کاربرد احتمالات در نمونه برداری
- تحقیق و بررسی هفته دوم

بررسی دلایل انجام نمونه برداری

در معدن کاری چه اطلاعاتی مورد نیاز است؟

اکتشاف استخراج فرآوری مکانیک سنگ

نحوه تامین اطلاعات مورد نیاز در یک فرآیند تحقیق به دست می آید.

این فرآیند تحقیقی مذکور چگونه است:

یک فرآیند سیستماتیک، کنترل شده و تجربی بر اساس قوانین اثبات شده طبیعی که توسط فرضیه های علمی اثبات شده به انجام می رسد و اطلاعات مورد نیاز را به دست می دهد

اجزا اصلی نحوه تامین اطلاعات مورد نیاز در معدن:

- بیان مساله، سولات پیش آمده، اهداف مورد نظر و مزایای اطلاعات مورد نظر
- تئوری، فرضیات و پیش فرض های علمی
- متغیرها و قضیه های مرتبط
- برنامه ریزی نحوه تحقیق
- ابزارها
- آنالیز اطلاعات
- نتیجه گیری، تفسیر و ارائه پیشنهادها

کلیاتی در مورد نمونه برداری

روش انجام تحقیق
- سرشماری (Census): بررسی کل جامعه
- نمونه گیری (Sampling): بررسی بخشی از جامعه

نمونه چیست؟

مجموعه ای کوچکتر (اما نمایانگر) شامل اجزاء یک جامعه آماری جهت یافتن حقایق در مورد جامعه مورد نظر

دلایل انجام نموه گیری به جای سرشماری:

- هزینه کمتر
- صرفه جویی در وقت
- محدودیت
- در بعضی از مواقع دقت بیشتر

کلیاتی در مورد نمونه برداری

اهمیت نمونه برداری در اکتشاف، استخراج و فرآوری:

- در هر کدام از شرایط انجام نمونه برداری صحیح با کمترین میزان خطا باعث دست یابی به خواسته ها می شود.
- نمونه برداری ناصحیح توام با خطا (بویژه خطای سیستماتیک) منجر به از دست رفتن سرمایه و عدم دستیابی به نتایج واقعی می شود.

ملزومات یک نمونه برداری صحیح چیست؟

- استفاده از علم ریاضی و بالاخص احتمالات در انجام نمونه برداری
- استفاده از روش های بهینه شده نمونه برداری
- دستگاه های نمونه برداری دقیق
- آماده سازی مناسب نمونه ها

مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری

Errors Associated with Sampling

مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری

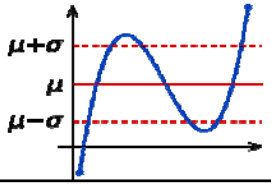
قابلیت اعتماد به داده های حاصل از اندازه گیری تابع مقدار دو نوع خطای سیستماتیک و تصادفی است.

خطای تصادفی: در اثر عوامل خارج از کنترل روی می دهد و وجود آنها اجتناب ناپذیر است اما بزرگی آن قابل کنترل است (به کارگیری دستگاه های دقیق تر اندازه گیری، روش های مناسب تر، ...). جمع جبری این نوع خطا حول میانگین صفر است.

خطای سیستماتیک: باعث کم یا بیشتر شدن میانگین اندازه گیری شده از مقدار حقیقی آن پارامتر می شود. جمع جبری آن حول میانگین صفر نمی شود.

چگونه می توان به بزرگی خطای تصادفی و خطای سیستماتیک پی برد؟

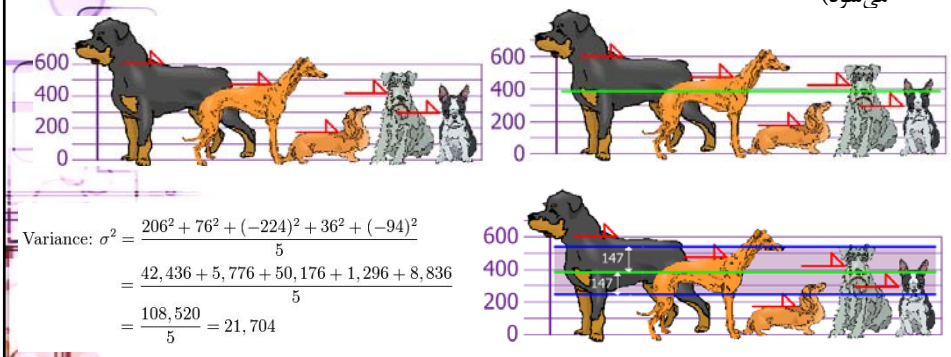
انحراف معیار: عددی است که نشان می دهد تا چه فاصله ای از مقدار متوسط داده ها، هنوز واریانس وجود دارد (معادل جذر واریانس است).



مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری

واریانس:

معیاری است معرف شدت پراکندگی یک متغیر تصادفی حول مقدار میانگین آن (مقدار واریانس با میانگین‌گیری از مربع فاصله مقدار محتمل و یا مشاهده شده با مقدار مورد انتظار محاسبه می‌شود)



$$\text{Variance: } \sigma^2 = \frac{206^2 + 76^2 + (-224)^2 + 36^2 + (-94)^2}{5}$$
$$= \frac{42,436 + 5,776 + 50,176 + 1,296 + 8,836}{5}$$
$$= \frac{108,520}{5} = 21,704$$

Standard Deviation: $\sigma = \sqrt{21,704} = 147.32... = 147$ (to the nearest mm)

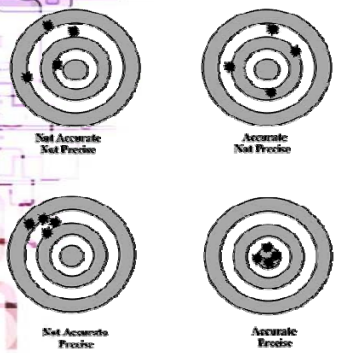
مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری

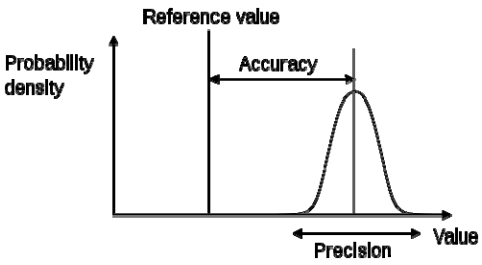
صحت (Precision):

نزدیکی مقدار اندازه گیری شده به اندازه حقیقی آن (درجه درستی و صدق مقدار اندازه گیری شده)

دقت (Accuracy):

بیان کننده این است که اندازه گیری های مختلف تا چه اندازه به هم نزدیک بوده اند (قابلیت تکرار با نتایج مشابه)





مبانی ریاضی آماری مورد نیاز جهت نمونه برداری

خطر های ناشی از بروز خطا در اندازه گیری و نمونه برداری گا می تواند غیر قابل جبران باشد.

بسته به بزرگی و هزینه دقت اندازه گیری ها تعیین می شود. به عنوان مثال اندازه گیری عیار یک فلز در یک محموله ۱۰ تنی و یک محموله ۱۰۰۰۰۰ تنی.

خطرناک ترین عامل در اندازه گیری ها خطای سیستماتیک است که اثر آن در همه اندازه گیری ها منعکس می شود و جهت کاهش این خطا بایستی کالیبراسیون با استفاده از نمونه های استاندارد انجام شود.

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

جامعه

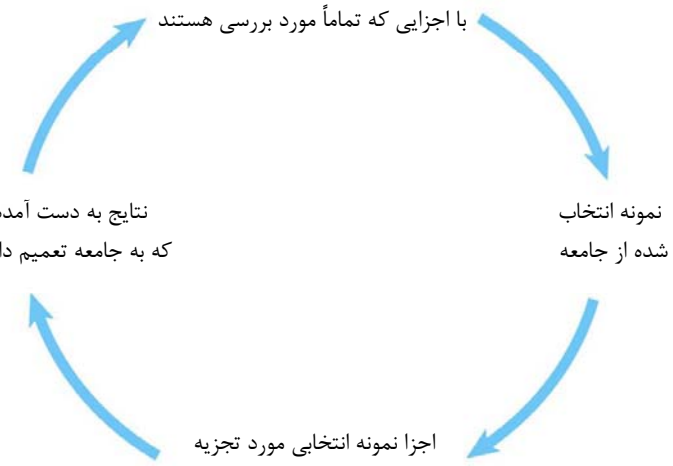
گروهی شامل تمام اجزای مورد بررسی را جامعه می نامند

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

نمونه

معمولا جامعه به اندازه ای بزرگ است که آنالیز کلی آن نامیسر است بنابراین نمونه ای معرف آن جامعه گرفته می شود و نتایج به کل جامعه تعمیم داده می شود.

کاربرد احتمالات در نمونه برداری



کاربرد احتمالات در نمونه برداری

توصیف پدیده های مختلف:

اگر ۱ کیلو از یک ماده معدنی با عیار ۱۰ گرم در تن با ۱ کیلو ماده معدنی دیگر با عیار ۸ گرم در تن ترکیب شود ترکیب حاصل عیار ۹ گرو در تن دارد (پدیده قطعیت پذیر، deterministic).

اگر میانگین عیار ۱۰۰ جزء ماده معدنی ۸ درصد و انحراف معیار میانگین ۰.۵ درصد در بین این صد نمونه محتملتر این است که بتوان ۳ نمونه یافت که عیار آن بیشتر از ۹ درصد باشد (ممکن است این اتفاق رخ ندهد). (پدیده احتمال پذیر، probabilistic)

در نمونه برداری معدنی با چه نوع پدیده هایی روبرو هستیم؟

نیاز به بررسی احتمال رخ دادن پدیده ها در نمونه برداری معدنی است.

احتمال رخ دادن بعضی از پدیده ها را میتوان پیشاپیش محاسبه کرد (احتمال بدوی) ولی احتمال رخ دادن بعضی پدیده ها را به صورت تجربی و پس از رخ دادن آنها می توان محاسبه کرد (احتمال تجربی)

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

محاسبه احتمال بدوی:

تعداد اعضای مجموعه آن رخداد را بدست آورد و بر تعداد اعضای کل جامعه تقسیم کرد.

مثال یک تاس: احتمال عدد ۵ در یک بار پرتاب تاس؟ ۰.۱۶۷

مثال: احتمال برداشت نمونه ای با عیار ۷ درصد از مخلوط کاملی از دو ماده معدنی با عیار ۹ و ۱۰؟

در بعضی شرایط احتمال رخدادهای مشابه یکسان: فضای نمونه برداری هم احتمال (مانند برداشت نمونه های سطح رسوبات رودخانه با وزن مساوی و یا برداشت یک جزء از یک نوار نقاله شامل ۱۰۰ جزء یکسان با امکان دسترسی مشابه)

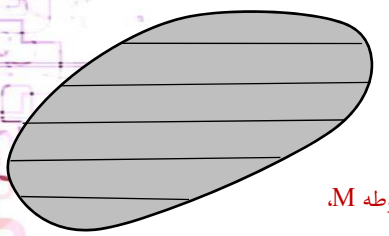
در بعضی شرایط همه اعضاء شانس مساوی برای انتخاب شدن نداشته باشند: فضای نمونه برداری با احتمال متغیر (نمونه برداری از یک پشته معدنی که امکان دستیابی به سطح آن بیشتر است)

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

بهترین راه ساده کردن نمونه برداری و کاهش خطاهای تصادفی از محموله های بزرگ تقسیم آن به واحد های کوچکتر به نام پشته است.

برای مثال اگر محاسبه شده باشد که ۱۰ کیلو نمونه لازم است نحوه نمونه برداری دقیق تر چیست؟

اگر وزن پشته M و وزن هر جزء نمونه Δm از هر پشته $N=M/\Delta m$ جزء نمونه می توان انتخاب کرد.



به عنوان مثال یک پشته مواد معدنی تغلیظ یافته یا پشته ذغال سنگ

شرط هم احتمال بودن در نمونه برداری از پشته ها:

نسبت وزن نمونه کلی برداشت شده m، به وزن پشته مربوطه M، همواره ثابت در نظر گرفته شود

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

قانون حاصلضرب:

اگر دو رخداد از هم مستقل باشند، احتمال رخ دادن هر دو باهم برابر حاصلضرب احتمال وقوع هر یک.

$$P(A, B) = P(A) * P(B)$$

اگر n رخداد مستقل هم احتمال:

$$P(A_1, A_2, \ldots, A_n) = p^n$$

۵ ظرف حاوی ۵ گوی شماره دار، احتمال خارج کردن ۲ گوی از آنها هر دو عدد ۵؟

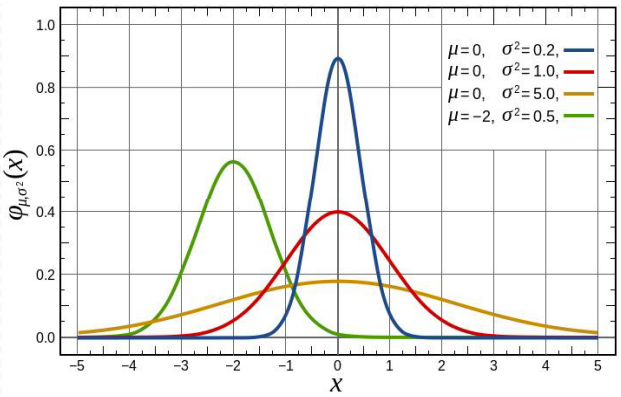
به نحو دیگری با جایگزینی و بدون جایگزینی احتمال چه تغییری می کند؟
احتمال بدون جایگزینی خروج گلوله های با شماره ۵ و ۴؟

در نمونه برداری معدنی به چه صورت بایستی عمل کرد؟

کاربرد احتمالات در نمونه برداری

توابع توزیع احتمال:

تابع توزیع احتمال تابعی است که می تواند احتمال رخداد کمتراز یک مقدار معین (یا گروهی از مقادیر) از کمیت مورد بررسی را در جامعه نشان دهد.



کاربرد احتمالات در نمونه برداری

تحقیق و بررسی هفته دوم:

توابع توزیع احتمال:

۱- توزیع چند جمله ای
۲- توزیع برنولی
۳- توزیع نرمال
۴- توزیع پوآسون

تعریف، تابع توزیع، قضایا و کاربردها