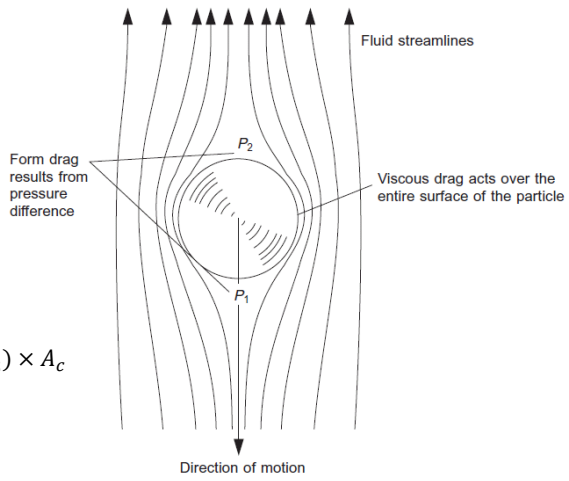
کنترل و مدلسازی سیستم های کانه آرایی

مهدی نصیری سروی
دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان
۱۳۹۷

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مبانی حرکت ذرات در سیال

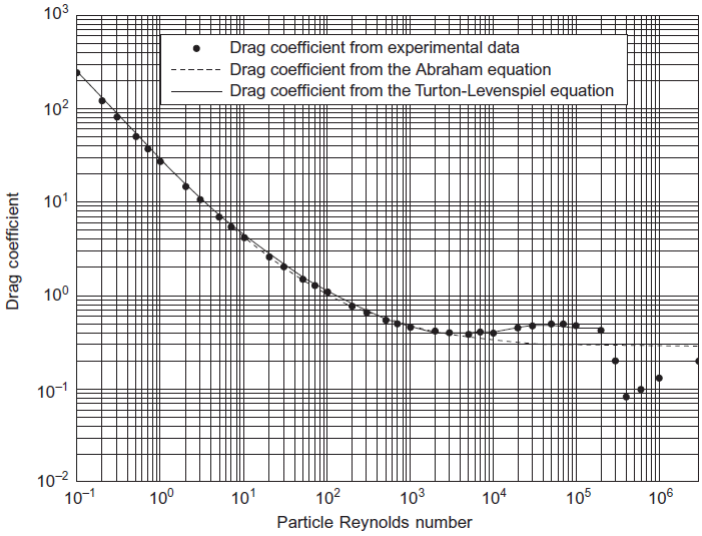
نیروهای مقابله کننده با حرکت مواد جامد درون سیال:



$$Force\ on\ particle = (P_1 - P_2) \times A_c$$

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مبانی حرکت ذرات در سیال



مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

تعیین سرعت حد

زمانی که سرعت حرکت ذره در سیال کوچک باشد قانون استوکس بیان کننده سرعت حدی حرکت ذرات درون سیال خواهند بود. در این شرایط ضریب درگ از رابطه زیر به دست می آید:

$$C_D = \frac{2 \times Force\ on\ particle}{Cross\ sectional\ area \times \rho_f \times v^2} = \frac{2F}{A_C \rho_f v^2} \qquad C_D = \frac{24}{Re_p}$$

و سرعت حدی را می توان تعیین کرد:

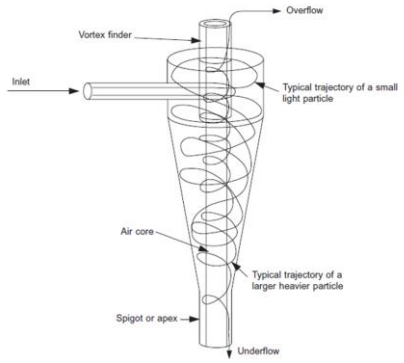
$$v_T = \frac{\rho_s - \rho_f}{18\mu_f} g {d_p}^2$$

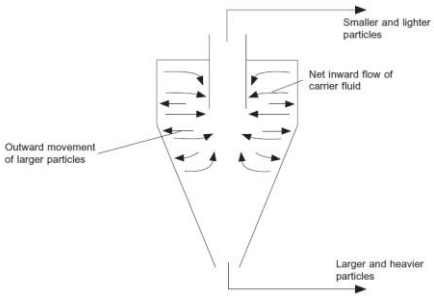
از قانون استوکس سرعت حدی ذرات شیشه با اندازه ۰٫۱ میلیمتری با دانسیته ۲۸۲۰ در سیالی با دانسیته ۹۸۲ کیلوگرم بر متر مکعب و ویسکوزیته ۰٫۰۰۱۳ kg/ms را به دست آورید.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون

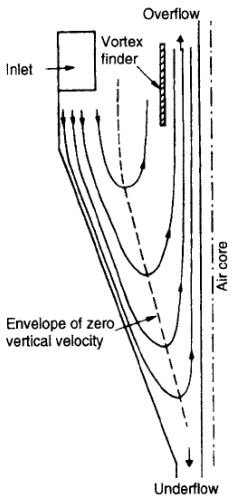
مفاهیم به کار رفته در کارکرد هیدروسیکلون همان سرعت حد ذرات درون سیال است.
شرط تشکیل مخروط هوا در نتیجه دانه بندی درست درون هیدروسیکلون چیست؟

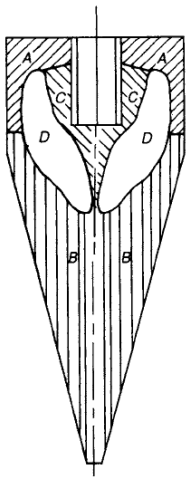




مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون





مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون

فرآیند طبقه بندی ذرات درون هیدروسیکلون توسط چه نیروهایی ثابت می شود؟

مقیاس طبقه بندی هیدروسیکلون ها چگونه انجام می شود؟

$$\text{Drag force} = 0.5C_D(v_r - u_r)^2 \rho_f A_c$$

ρ_f: دانسیته مایع

A_c: سطح مقطع برشی از ذره

C_D: ضریب درگ

v_r: سرعت شعاعی سیال

u_r: سرعت شعاعی ذره

نیروی گریز از مرکز وارد شده به ذربه نیز برابر است با:

$$\text{Centrifugal force} = \frac{v_\theta^2}{r} v_p (\rho_s - \rho_f)$$

υ_θ: مولفه زاویه ای سرعت ذره

نیروی مقاومت کننده در برابر حرکت ذره برابر نیروی گریز از مرکز ذره در حالتی است که ذره به سرعت حد خود رسیده است، بنابراین:

$$0.5C_D(v_r - u_r)^2 \quad {}_f A_c \xrightarrow{\theta} v \quad \rho \quad \rho$$

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون

حال پارامتری تعریف می شود به عنوان حد جدایش هیدروسیکلون؟

مداری که در آن این اتفاق رخ می دهد به عنوان مدار تعادل شناخته می شود که در آن $u_r=0$

بنابراین میتوان نوشت:

$$\frac{v_P}{A_C} = \frac{0.5C_D\rho_f}{(\rho_s - \rho_f)} \cdot \frac{r{v_r}^2}{{v_\theta}^2}$$

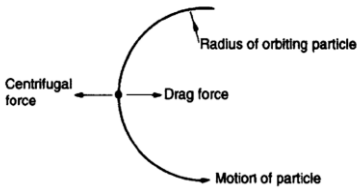
این رابطه حد جدایش هیدروسیکلون را تعیین می کند.

برای ذرات کروی می توان نوشت در حد جدایش می توان نوشت:

$$\frac{v_p}{A_C} = \frac{2}{3} d_p$$

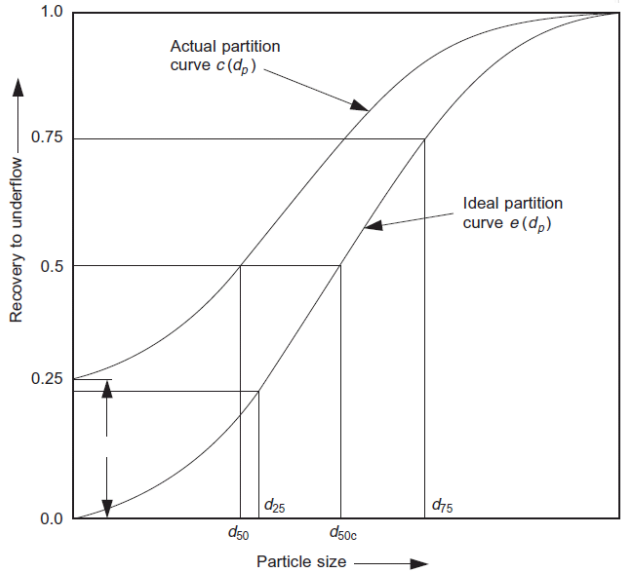
بنابراین:

$$d_{50_c} = 0.75 \frac{\rho_f C_D}{(\rho_s - \rho_f)} \cdot \frac{r{v_r}^2}{{v_\theta}^2}$$



مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

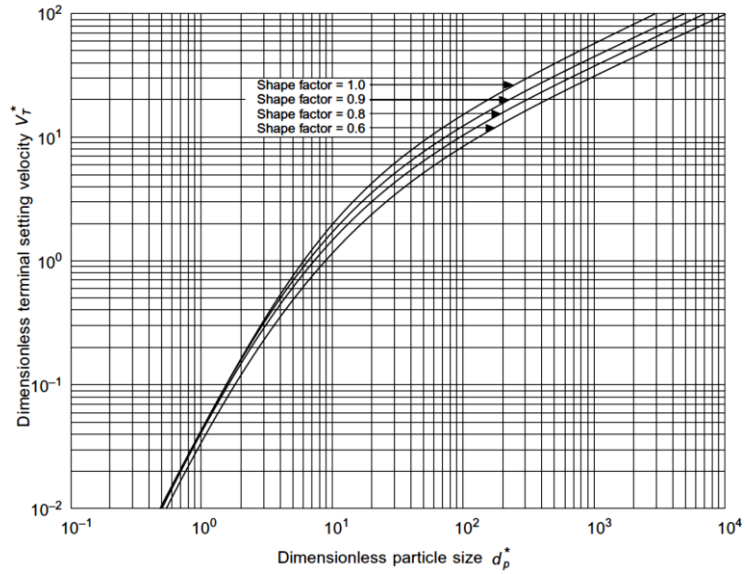
مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون



مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون

تاثیر شکل ذره



مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مفاهیم اصلی در کارکرد هیدروسیکلون

The drag force experienced by a particle due to the relative motion between it and the fluid is the key to using the equilibrium orbit theory as a basis for modeling the behavior of the hydrocyclone. It is known that these relative velocities are small and the particle Reynolds number is usually so low that it is commonly assumed that the drag force can be calculated from the formula for the slow relative motion between a sphere and a Newtonian fluid. This is the well-known Stokes formula. This approach neglects two important phenomena: the highly turbulent nature of the fluid inside the hydrocyclone and the relatively high concentration of particles. Thus the use of Stokes' flow theories which assumes that only a single isolated particle is present is not very realistic.

بنابراین چها حالت محدود کننده را میتوان در نظر گرفت:

۱- ذرات جدا از هم در جریان لامینار (شرایط استوکس)
۲- ذرات جدا از هم در جریان توربولنت (شرایط نیوتن)
۳- ذرات اثر گذار بر هم در جریان لامینار
۴- ذرات اثر گذار بر هم در جریان توربولنت

* در شرایط واقعی مدلهای تجربی توسعه داده شده اند

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

شرایط استوکس

در این شرایط ذرات بر هم اثری ندارند (یعنی چه؟) و در یک جران آرام قرار گرفته اند:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} = \frac{24\mu_f}{d_p(v_r - u_r)\rho_f}$$

که در مدار تعادل این رابطه به صورت زیر تغییر می کند:

$$C_D = \frac{24\mu_f}{d_p v_r \rho_f}$$

در رابطه ای که مقدار d_{50} را به دست می داد اگر جایگزین شود:

$$d_{50c} = \frac{18.0\mu_f}{d_{50}(\rho_s - \rho_f)} . \frac{r v_r}{{v_\theta}^2}$$

$${d_{50c}}^2 = \frac{K_1}{(\rho_s - \rho_f)} . \frac{r v_r}{{v_\theta}^2}$$

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

شرایط نیوتنی

در چنین شرایطی:

$$C_D = 0.28$$

$$d_{50c} = 0.22\frac{\rho_f}{(\rho_s - \rho_f)}.\frac{rv_r{}^2}{v_\theta{}^2}$$

$$d_{50c} = \frac{K_2}{(\rho_s - \rho_f)}.\frac{rv_r{}^2}{v_\theta{}^2}$$

در این دو رژیم تعریف شده نشان می دهد که d_{50c} با تفاوت دانسیته و دبی حجمی خوراک می تواند به صورت زیر تعریف شود:

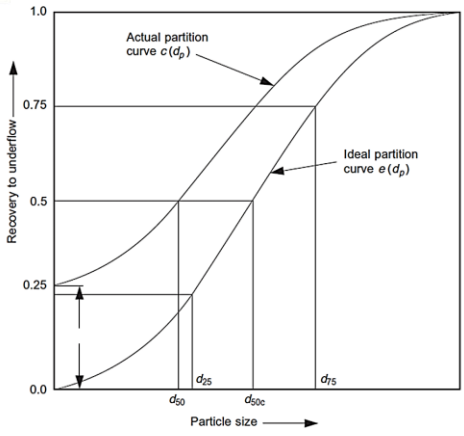
$$d_{50c} = \frac{KD_c{}^k}{(\rho_s - \rho_f)^m Q_c{}^n}$$

که در آن k و m اعداد ثابتی در محدوده ۰,۵ تا ۱ و n نیز عدد ثابتی بین صفر و ۰,۵ است.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مدلهای تجربی کارکرد هیدروسیکلون

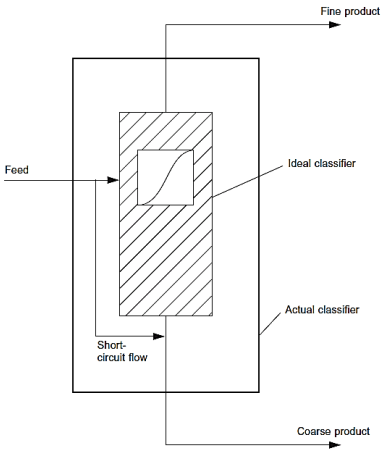
متاسفانه هیچ سیستم طبقه بندی کننده مواد به صورت ایده آل کار نمی کند، دلیل؟
میانبر زدن (short circuiting) در مورد چه موادی و به چه صورت اهمیت دارد؟
میانبر زدن در نمودار جدایش چگونه بروز پیدا می کند؟
دلیل میانبر زدن در هیدروسیکلون؟



مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مدلهای تجربی کارکرد هیدروسیکلون

یکی از خصوصیات تمام سیستم های طبقه کننده مواد میان بر زدن مواد درون سیستم است.



اگر طبقه بندی ایده آل با با تابع $e(d_p)$ و طبقه بندی واقعی با تابع $c(d_p)$ تعریف شود می توان برای موازنه جرم نوشت:

$$c(d_p) = \alpha + (1-\alpha)e(d_p)$$

α درصدی از خوراک که میان بر میزند و به محصول درشت راه می یابد

پارامتر مهمی که مشخصات طبقه بندی کننده را بیان می کند اندازه ای است که در آن e(dp) معادل ۰٫۵ است. این مقدار با d_{50c} شناخته می شود. بنابر این:

$$e(d_{50c}) = 0.5 \qquad c(d_{50}) = 0.5$$

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مدلهای تجربی کارکرد هیدروسیکلون

تا کنون دستورالعملی کامل جهت تابع توزیع انواع طبقه بندی کننده ها ارائه نشده است اما تعدادی توابع تجربی وجود دارد که برای توصیف طبقه بندی ایده آل استفاده می شود:

1- Rosin-Rammler: $e(d_p) = 1 - \exp(-0.693x^{\lambda})$

2- Exponential sum $e(d_p) = \dfrac{\exp(\lambda x) - 1}{\exp(\lambda x) + \exp(\lambda) - 2}$

3- Logistic $e(d_p) = 1/(1 + x^{\lambda})$

که در این روابط:

$x = {d_p}/{d_{50c}}$

و مقدار λ پارامتری است که میزان دقت جدایش را بیان می کند.

λ بر حسب Sharpness Index قابل تعریف است:

$SI = {d_{25}}/{d_{75}}$

در شرایطی که:

$e(d_{25}) = 0.25 \qquad e(d_{75}) = 0.75$

بنابراین SIمقداری بین صفر و یک است.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مدلهای تجربی کارکرد هیدروسیکلون

برای حالات مختلف λ قابل محاسبه است:

1- Rosin-Rammler:

$$(SI)^{-\lambda} = 4.819 \rightarrow \lambda = \frac{-1.572}{\ln(SI)}$$

2- Exponential sum

$$SI = \frac{\ln[\exp(\lambda + 2)/3]}{\ln[3exp\lambda - 2]} \rightarrow \lambda = 1.099\frac{1 + SI}{1 - SI}$$

3- Logistic

$$(SI)^{-\lambda} = 9 \rightarrow \lambda = \frac{-2.1972}{\ln(SI)}$$

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

منحنی جدایش

منحنی جدایش به صورت ایده آل در ذرات ریز باید به سمت صفر میل کند ولی این اتفاق نمی افتد، چرا؟

به عنوان مثال اگر خوراک حاوی ۱۶ تن در ساعت ذرات با اندازه مشخص باشد و ۱۲ تن در ساعت آن به ته ریز برود یعنی ۷۵ درصد آن. ولی اگر بگوییم ۲۵ درصد آب خوراک به ته ریز برود بنابراین ۲۵ درصد مواد به صورت ناخودآگاه با آن به ته ریز میروند. بنابراین ۴ تن بر ساعت مواد ریز به ته ریز رفته اند و تنها ۸ تن بر ساعت جامد موجود در ته ریز به دلیل طبقه بندی ابعادی به ته ریز رفته اند و کارآیی جدایش برابر است با:

$$100 \times \frac{12 - 4}{16 - 4} = 67\%$$

بنابراین نمودار را می توان با این ضریب اصلاح کرد:

$$C = \frac{S - R_{w/u}}{1 - R_{w/u}}$$

C: ضریب اصلاح وزن فراکسیون ابعادی در ته ریز

S: مقدار واقعی فراکسیون سایزی در ته ریز

$R_{w/u}$: نسبت آب خوراک که به ته ریز رفته است

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مسائل تحلیلی

مساله 3.15 کتاب Wills را به همراه مساله 9.2 تحلیل کنید.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

مساله هفته آینده

مساله زیر را با تحلیل کامل حل نمایید.

A hydrocyclone was found to have a corrected classification curve given by

$$e(d_p) = 1/(1 + x^{-\lambda})$$

where $x = d_p/d_{50c}$.

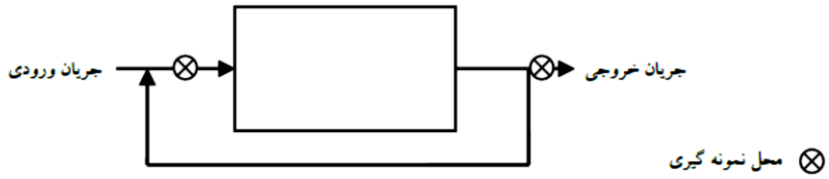
When processing a quartz slurry, $d_{50c} = 16.5$ m and $SI = 0.72$.

Calculate the recovery of 15 μm particles to overflow when this hydrocyclone treats a magnetite slurry under comparable conditions. Density of quartz is 2600 kg/m^3 and that of magnetite is 5000 kg/m^3. Recovery of water to underflow is 20% in both cases.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

بازگشت مواد به دروی آسیا از سیکون

نمونه گیری هم از خروجی باسد انجام شود و هم از ورودی به آسیا، دلیل؟



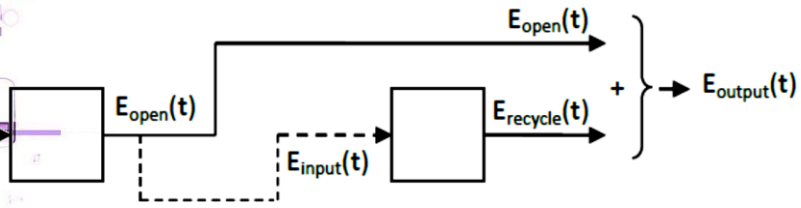
در مدار بسته، جریان بازگشتی موجب تولید تحریک های مجدد در ورودی می شود و در اصل توزیع غلظت اندازه گیری شده در خروجی ظرف، مجموع تاثیر این تحریک ها است.

بنابراین با اندازه گیری غلظت نشانه گر در ورودی (با در نظر گرفتن آنها به صورت تحریک های پالسی) و نیز محاسبه مجموع پاسخهای آنها در خروجی و تفاضل آنها از توزیع زمانی ماند اندازه گیری شده ی خروجی، توزیع زمانی ماند ناشی از یک تحریک منحصر به فرد را به دست آورد.

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

بازگشت مواد به دروی آسیا از سیکون

بنابر این جواب زیر را داریم:



$E_{open}(t)$: توزیع زمان ماند آسیا در مدار باز

$E_{recycle}(t)$: مجموع پاسخ تحریک های ثانویه

$E_{output}(t)$: توزیع زمان ماند آسیا در مدار بسته

$$E_{output}(t) = E_{open}(t) + E_{recycle}(t)$$

هدف تعیین کدام است؟

مهدی نصیری سروی
استادیار گروه فراوری مواد معدنی
دانشکده معدن

بازگشت مواد به دروی آسیا از سیکون

بنابراین:

$$E_{recycle}(t) = \int_0^t E_{input}(t') \times E_{open}(t - t')dt'$$

نهایتاً:

$$E_{outout}(t) = E_{open}(t) + \int_0^t E_{input}(t') \times E_{open}(t - t')dt'$$

برای حل:

۱. ابتدا توزیع زمان ماند input را تعیین میکنیم.
۲. مقادیر فرضی برای open در نظر می گیریم.
۳. مقادیر output به دست آمده از تقریب بدست آمده برای open را مقایسه می کنیم.
۴. مقادیر open را تغییر می دهیم تا خطای output کمینه شود.