

الکتروشیمی در فرآوری مواد معدنی

انتقال جرم
جلسه دوازدهم



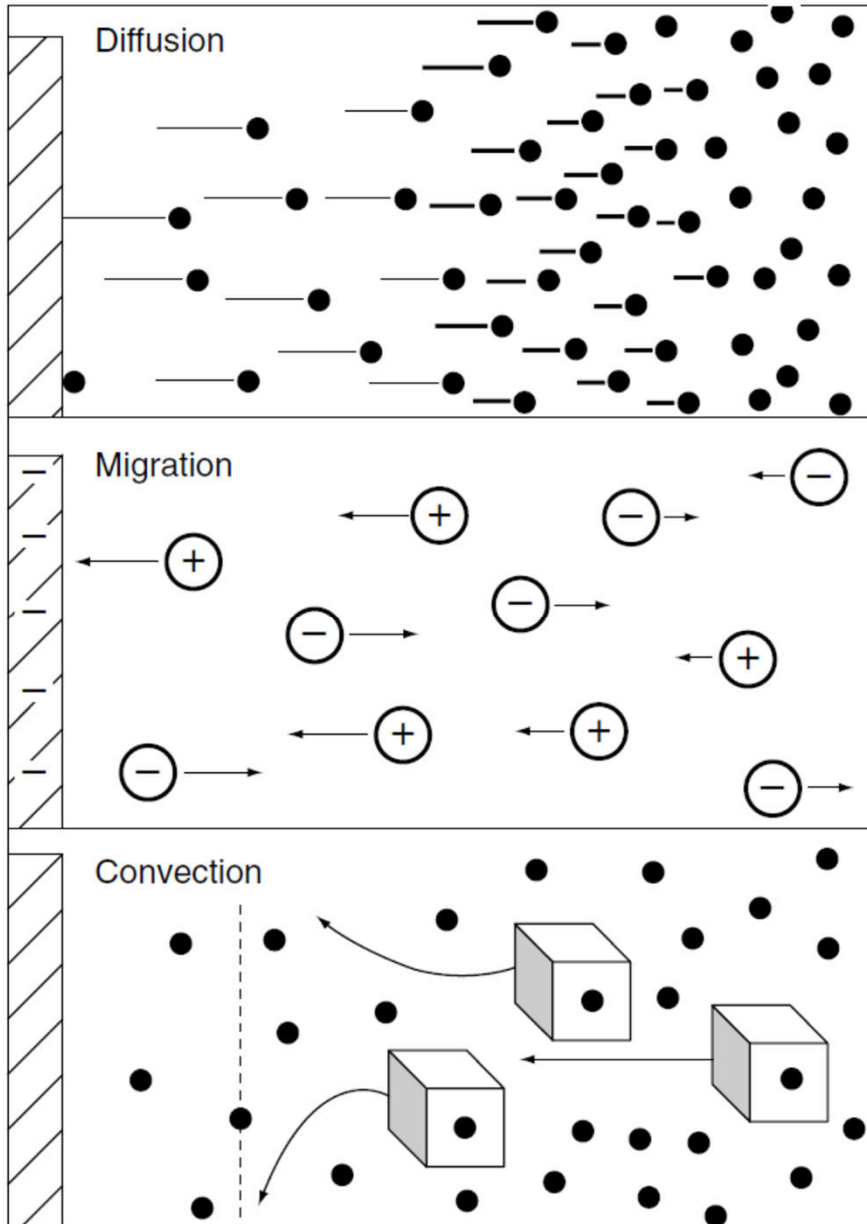
واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

• انتقال جرم توسط سه عامل انجام می شود:

• نفوذ (Diffusion)

• مهاجرت (Migration)

• همرفت (Convection)



واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

- نرخ انتقال جرم در یک نقطه، با **فلاکس (Flux)** بیان می شود.
- **فلاکس (J):** تعداد مولکول ماده عبور کرده از واحد سطح فرضی در واحد زمان ($\text{mol.cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
- فلاکس به سمت الکتروود، با رابطه **Nernst–Planck** بیان می شود:

$$J(x,t) = -D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} - \frac{zFDC}{RT} \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x} + C(x,t)V(x,t)$$

واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

$$J(x,t) = \underbrace{-D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x}}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{\frac{zFDC}{RT} \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x}}_{\text{Migration}} + \underbrace{C(x,t)V(x,t)}_{\text{Convection}}$$

$\frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$
 $J(x,t)$

ضریب دیفیوژن
 $10^{-5} - 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$

گرادیان غلظت
 در فاصله x و زمان t

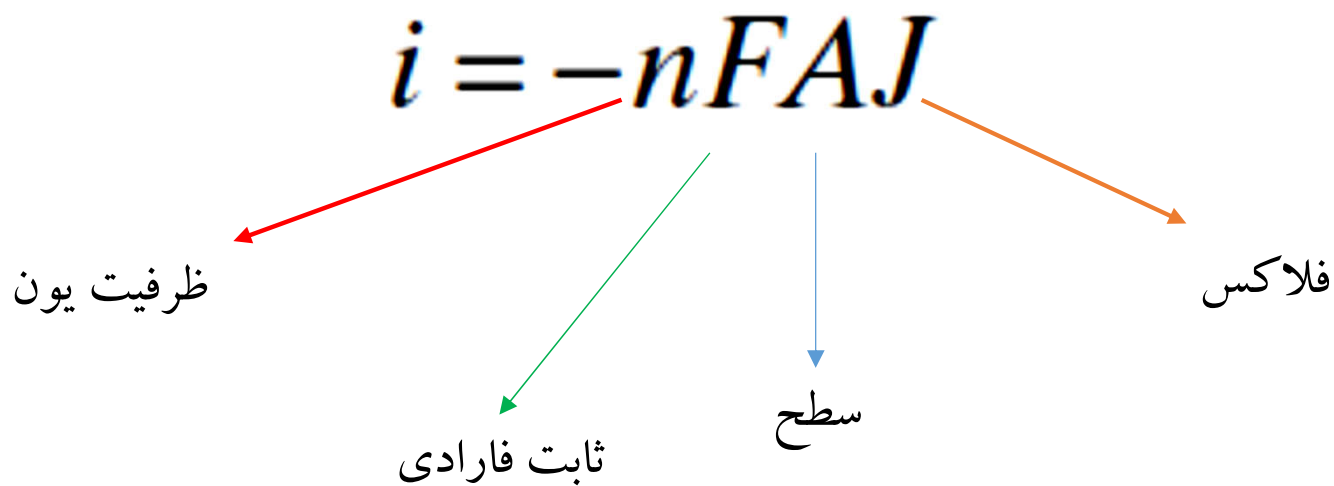
بار الکتریکی

گرادیان پتانسیل
 در فاصله x و زمان t

سرعت هیدرودینامیکی
 در فاصله x و زمان t

واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

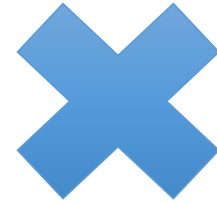
• جریان الکتریکی حاصل از انتقال جرم:

$$i = -nFAJ$$


The diagram illustrates the equation $i = -nFAJ$ with four arrows pointing to its components: a red arrow points to n (ظرفیت یون), a green arrow points to F (ثابت فارادی), a blue arrow points to A (سطح), and an orange arrow points to J (فلاکس).

واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

$$J(x,t) = -D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x}$$



- معمولاً، انتقال جرم در اثر هر سه عامل فوق صورت می گیرد و باعث پیچیدگی محاسبات می شود.
- در صورت استفاده از یک نمک بی اثر (الکترولیت)، می توان رسانایی محلول را بالا برد و **گرادیان پتانسیل** را از بین برد.
- در صورت استفاده از یک محلول ساکن (Quiescent)، می توان تاثیر **همرفت** را نیز از بین برد.


واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

- بنابراین، به رابطه مقابل می‌رسیم:

$$J(x,t) = -D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \quad \text{قانون اول فیک (Fick's first law)}$$

$$i = -nFAJ$$

- همچنین، با توجه به رابطه:


$$i = nFAD \frac{\partial C(x,t)}{\partial x}$$

- می‌توان نوشت:

واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

❖ قانون اول فیک:

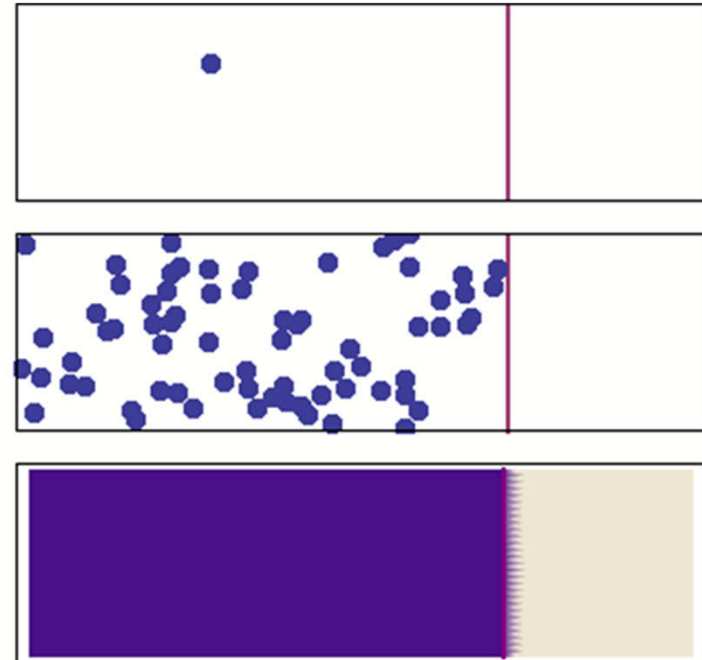
- فلاکس نفوذی، از منطقه پرغلظت به منطقه کم غلظت برقرار شده و بزرگی آن وابسته به بزرگی گرادیان غلظت است.

$$J(x,t) = -D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x}$$

$\frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$

$\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$

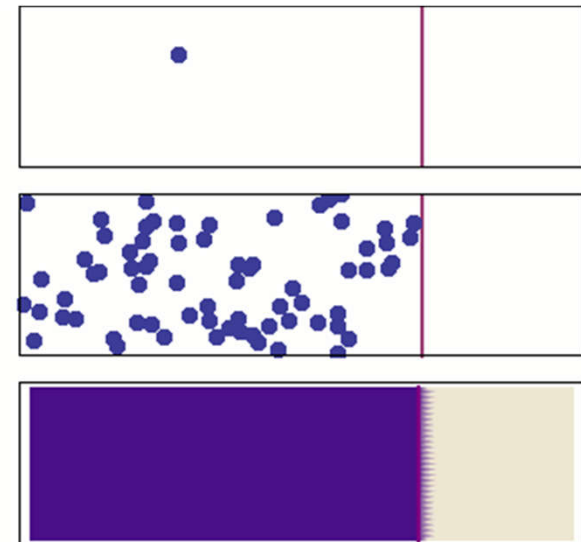
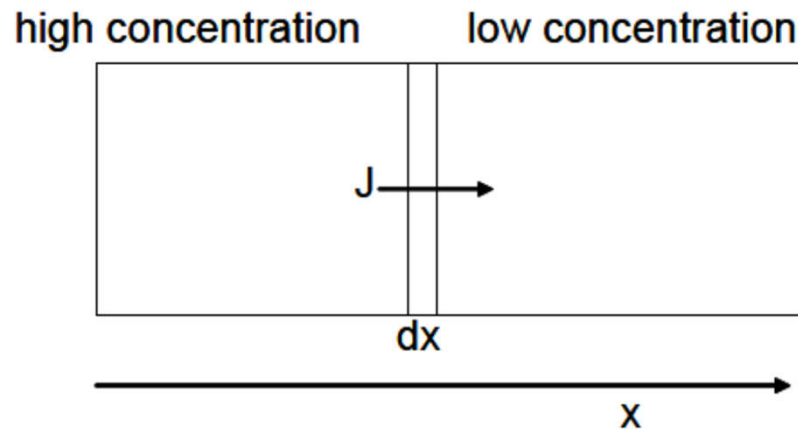
$\frac{\text{mol}}{\text{cm}^4}$



واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

❖ قانون دوم فیک:

- دیفیوژن باعث تغییر غلظت با زمان می شود.
- این قانون، تغییر غلظت را در طول زمان به تغییر شار در طول مکان مرتبط می نماید.



$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{dx} [J(x) - J(x + dx)] = -\frac{\partial J}{\partial x}$$

واکنشهای کنترل شونده با انتقال جرم

❖ قانون دوم فیک:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2}$$

• این معادله، بیانگر نرخ تغییر غلظت در بین دو الکتروود است.

• برای الکترودهای کروی، قانون دوم فیک به شکل زیر در می آید:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left[\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right]$$