



# طراحی هورن (Horn Design)

ارائه دهنده:

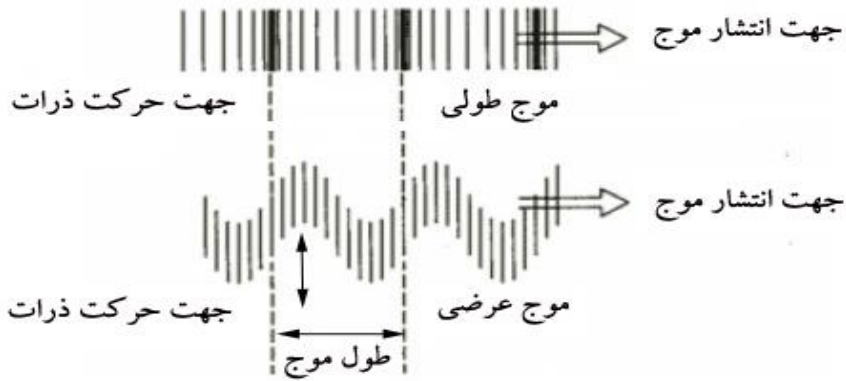
پیمان مصدق

دانشگاه صنعتی اصفهان

پاییز 1399



# امواج صوتی



انواع موجهای صوتی

✓ موج طولی

موج عرضی

موج ریلی (سطحی): ترکیب موج طولی و عرضی

موجهای صوتی از لحاظ تحریک

✓ ایستا

متحرک

منابع متداول تولید صوت

کروی

✓ مسطح



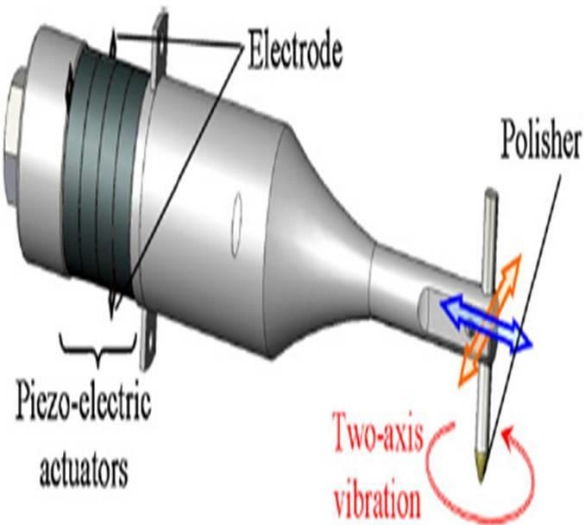
امواج آلتراسونیک

100 kHz - 20 kHz

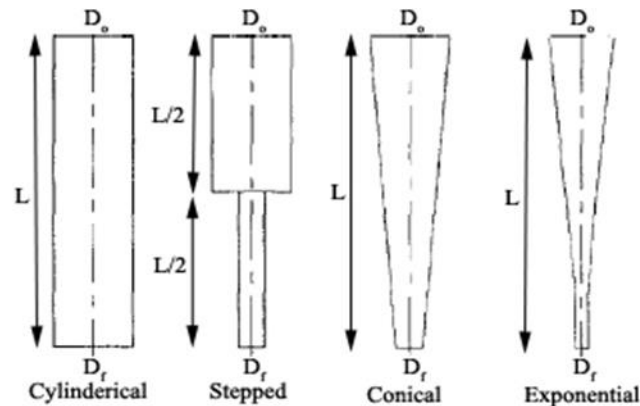


# هورن

هورن یکی از اجزای مورد استفاده در فرایندهای  
آلتراسونیک می باشد که وظایف مهمی از جمله انتقال  
ارتعاشات و تقویت دامنه ارتعاشات را بر عهده دارد.



هورن ها عموماً در چهار دسته کلی دسته بندی می شوند





## هندسه هورن

### هورن استوانه‌ای

به لحاظ ساخت نسبت به دیگر طرح‌ها ساده‌تر می‌باشد در جاییکه نیاز به تقویت دامنه ارتعاش نباشد بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد به دلیل عدم تغییرات سطح مقطع از استحکام کافی برخوردار بوده و ارتعاشات را خوب منتقل می‌کند.

دامنه موج تولیدی در انتهای هورن با دامنه موج تولید شده توسط ترنسدیوسر مساوی می‌باشد

### هورن پله‌ای

مزیت آن نسبت به هورن استوانه‌ای تقویت دامنه ارتعاش می‌باشد. پله ایجاد شده باعث تغییر ناگهانی سطح مقطع شده و تمرکز تنش شدیدی ایجاد خواهد کرد. تغییر سطح مقطع ناگهانی باعث برگشت درصدی از موج تولید شده توسط ترنسدیوسر به خود ترنسدیوسر شده که باعث افزایش دمای مجموعه می‌شود.

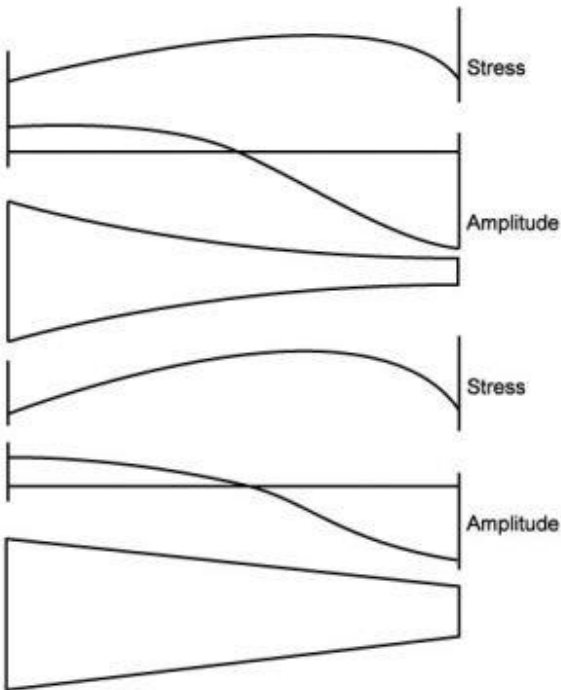
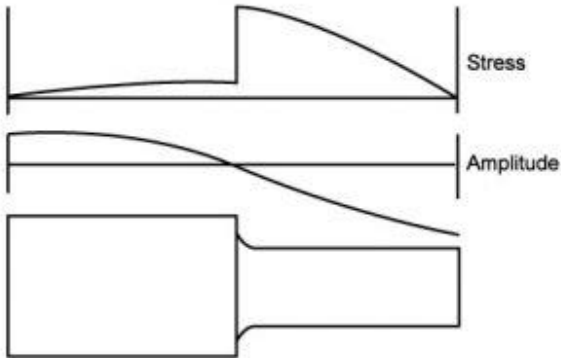
### هورن‌های مخروطی و نمایی

نسبت به دو هورن قبلی عملکرد بهتری دارند و به صورت گسترده در صنعت استفاده می‌شوند. ارتعاشات را به خوبی منتقل کرده و به دلیل عدم بازگشت امواج، در حالت ایده‌آل شرایط دمایی می‌باشد.

مزیت‌های هر یک از دو هورن قبلی را یعنی تقویت دامنه ارتعاش و انتقال خوب ارتعاشات را با هم دارند.



## تنش‌های اعمالی



تنش‌های اعمالی به هورن نباید از استحکام تسلیم جنس مورد استفاده تجاوز نماید.

### جنس هورن

- ✓ خواص مکانیکی (تحمل تنش تسلیم)
- ✓ خواص آکوستیکی (انتقال خوب موج)

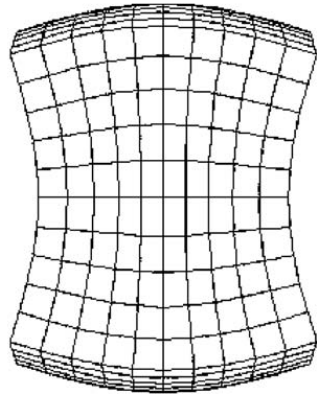
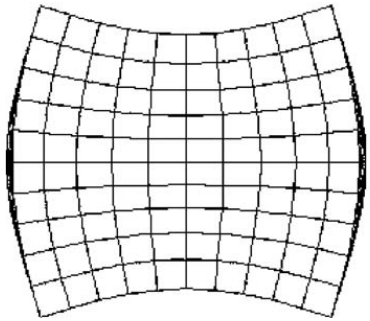
معمولا آلومنیوم گرید ۷۰۰۰ و تیتانیوم مناسب برای ساخت هورن میباشند



## قطر هورن

### محاسبه قطر هورن

لازم است بزرگترین قطر هورن از یک چهارم طول موج کوچکتر یا مساوی آن باشد. در صورت بزرگتر بودن از این مقدار ارتعاشات عرضی در هورن قابل توجه بوده که در نهایت باعث کاهش انرژی در نوک هورن می شود.



تغییر ناهمگن هورن در  
حالت کشش و فشار کامل

برای بدست آوردن قطر ماکزیمم هورن ابتدا سرعت صوت محاسبه می گردد.

$$c = \sqrt{E/\rho}$$

سپس طول موج با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\lambda = c/f$$

سرانجام حداکثر قطر هورن به طریق زیر مشخص می گردد.

$$D_{max} = \lambda/4$$



## نحوه طراحی

- روش‌های طراحی هورن ✓ روش تحلیلی  
✓ روش تجربی  
✓ روش عددی

### روش تحلیلی

روشی است که بر اساس معادله موج پایه‌گذاری شده است.

در این روش ساده‌سازی‌هایی اعمال می‌شود از جمله اینکه

- ارتعاشات از نوع سینوسی هستند

- طول هورن ضریب صحیحی از نصف طول موج می‌باشد
- ارتعاش ایجاد شده در هورن از نوع طولی می‌باشد

### معایب روش

حل معادلات بسیار پیچیده و وقت‌گیر می‌باشد

حل معادلات برای شکل پروفیل‌های ساده امکان‌پذیر بوده و برای شکل پروفیل‌های پیچیده و گوناگون نیاز به برنامه‌نویسی کامپیوتری و حل به کمک کامپیوتر می‌باشد

ساده‌سازی‌ها در نهایت منجر به جواب‌های نه چندان دقیق می‌شود



## نحوه طراحی

### روش تجربی و آزمایشگاهی

- این روش بر اساس ساخت و تست هورن توسط ژنراتور می باشد
- ✓ سرعت انتشار موج در جنس مورد نظر با استفاده از روابط موجود محاسبه گردیده
  - ✓ با در نظر گرفتن بسامد طراحی مورد نظر، طول موج محاسبه شود
  - ✓ طول تقریبی هورن را با استفاده از طول موج انتشار یافته در آن محاسبه می شود
  - ✓ هورن با استفاده از ماشینکاری مجدد تصحیح شده تا بسامد مورد نظر حاصل گردد

### معایب

زمان بر بودن و دقت نامناسب  
رسیدن به بسامد طراحی مورد نظر برای کل مجموعه ارتعاشی بسیار مشکل می باشد

### روش عددی

یکی از موثرترین و کارآمدترین روش ها برای طراحی هورن.  
با این روش می توان هورن ها با ابعاد و شکل پروفیل های متفاوت و ترکیبی از آنها را تحلیل مودال کرد

این روش از دقت بسیار بالایی برخوردار بوده  
نسبت به سایر روش ها راحت تر بوده و وقت کمتری را می گیرد





## روش تحلیلی

معادلات ارتعاشی حاکم بر هورن:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial X} \frac{\partial \zeta}{\partial X} - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} = 0$$

حل‌های خاص برای معادله هورن به روش تحلیلی معادله هورن بر حسب جابجایی ذره، عبارت است از و بر حسب سرعت:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial X} \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{\omega^2}{c^2} V = 0$$

X فاصله از یک طرف هورن نسبت به موقعیت مرجع بر حسب متر،  
S سطح مقطع هورن در فاصله X بر حسب متر مربع،  $\omega$  بسامد زاویه ای  $(2\pi f)$ ،  
f بسامد بر حسب هرتز و c سرعت صوت در هورن بر حسب متر بر ثانیه

می‌توان از ضریب پواسون در مواقعی که قطر هورن کوچک‌تر از ۲۰٪ طول موج باشد صرف نظر کرد. نادیده گرفتن ضریب پواسون منجر به محاسبه طولی بزرگ‌تر نسبت به طول تشدید واقعی هورن می‌شود.

تغییرات نیرو و دما نیز باعث تغییر در بسامد می‌شوند. به همین دلیل بیشتر سیستم‌های آلتراسونیک برای کاربردهای توان بالا می‌توانند در یک رنج گسترده‌ای از بسامدها کار کنند تا بتوانند تغییرات ناشی از نیرو و هورن را جبران کنند



## هورن استوانه‌ای

برای هورن استوانه‌ای: تغییرات سطح مقطع صفر است.

$$\frac{\partial S}{\partial X} = 0$$

حل معادله بر حسب جابجایی ذره،

$$\zeta = \left[ A \cos \frac{\omega X}{C} + B \sin \frac{\omega X}{C} \right] \cos(\omega t)$$

و بر حسب سرعت ذره،

$$V = -\omega \left[ A \cos \frac{\omega X}{C} + B \sin \frac{\omega X}{C} \right] \sin(\omega t)$$

برای یک مود تشدید طولی نصف طول موج،

$$\zeta = \zeta_m \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \cos(\omega t)$$



## هورن استوانه‌ای

$$\zeta = \zeta_m \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \cos(\omega t)$$

و سرعت:

$$V = -\omega \zeta_m \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \sin(\omega t)$$

$$a = -\omega^2 \zeta_m \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \cos(\omega t) = -\omega^2 \zeta \quad \text{که } \zeta_m \text{ ماکزیمم جابجایی و } X=0 \text{ می باشد،}$$

شتاب در هر نقطه در امتداد هورن،

تنش در امتداد محور برای هورن استوانه‌ای در حالت تشدید:

$$\sigma = \frac{jE dV}{\omega dX}$$

$$\sigma = jE \frac{\omega \zeta_m}{C} \sin\left(\frac{\omega X}{C}\right) \sin(\omega t)$$

و یا

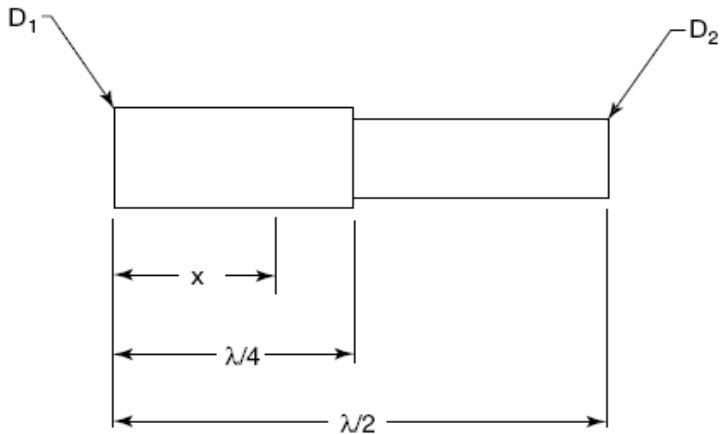
که  $\omega \zeta_m$  ماکزیمم سرعت و  $X=0$  اتفاق می افتد،  $E$  مدول یانگ.  
در یک هورن استوانه‌ای ماکزیمم تنش در وسط هورن اتفاق می افتد.



## هورن پله ای

### هورن پله ای

برای هورن پله ای که پله در وسط هورن اتفاق می افتد، رابطه زیر برقرار است



$$\frac{\zeta_1}{\zeta_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

که  $\zeta_1$  جابجایی ذره در  $X = 0$  ،  $\zeta_2$  جابجایی ذره در  $X = 1$  ،  $V_1$  سرعت ذره در  $X = 0$  ،  $V_2$  سرعت ذره در  $X = 1$  ،  $S_1$  مساحت سطح مقطع در  $X = 0$  و  $S_2$  مساحت سطح مقطع در  $X = 1$  می باشد.



## هورن پله ای

برای مقادیر  $X \leq \lambda/4$  جابجایی  $\zeta_x$  عبارت است از:

$$\zeta_x = \zeta_1 \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \cos(\omega t)$$

و  $V_x$

$$V_x = -\omega \zeta_1 \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \sin(\omega t)$$

$a_x$

$$a_x = -\omega^2 \zeta_1 \cos\left(\frac{\omega X}{C}\right) \cos(\omega t)$$



## هورن پله ای

و برای مقادیر  $\lambda/4 < X \leq \lambda/2$ ، جابجایی،  $\zeta_x$ ،

$$\zeta_x = \zeta_2 \cos \left[ \frac{\omega}{c} (l - X) \right] \cos(\omega t)$$

و سرعت  $V_x$ ،

$$V_x = -\omega \zeta_2 \cos \left[ \frac{\omega}{c} (l - X) \right] \sin(\omega t)$$

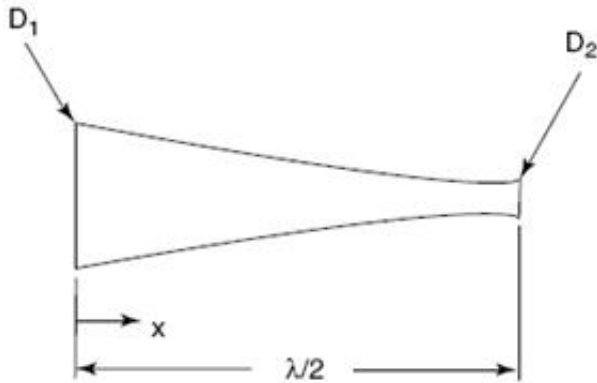
ماکزیمم تنش در وسط هورن یا همان پله ( $X = \lambda/4$ ) اتفاق می افتد:

$$\sigma = E \frac{\omega \zeta_2}{c} = E \frac{\omega S_1}{c S_2} \zeta_1$$



## هورن نمایی

### هورن نمایی



تابعی که هندسه یک هورن نمایی را نشان می‌دهد عبارت است از:

$$S = S_0 e^{-\alpha x}$$

که  $\alpha$ ، ضریب مخروط  $[(1/l)\ln(S_0/S_1)]$  و  $S_0$  مساحت سطح مقطع در انتهای بزرگ تر هورن می‌باشد. معادله هورن به معادله،

$$\frac{d^2V}{dX^2} - \alpha \frac{dV}{dX} + \frac{\omega^2}{c^2} V = 0$$

تبدیل می‌شود.



## هورن نمایی

با حل معادله:

$$V = V_0 \left[ \cos \frac{\omega X}{c'} - \frac{\alpha c'}{2\omega} \sin \frac{\omega X}{c'} \right] e^{\alpha x/2}$$

که

$$c' = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\alpha^2 c^2}{4\omega^2}}}$$

جابجایی ذره  $\zeta$ ،

$$\zeta = \zeta_0 \left[ \cos \frac{\omega X}{c'} - \frac{\alpha c'}{2\omega} \sin \frac{\omega X}{c'} \right] e^{\alpha x/2}$$

شتاب ذره  $a$ ،

$$a = \frac{dV}{dt} = -\omega^2$$

و یا،

$$a = -\omega^2 \zeta_0 \left[ \cos \frac{\omega X}{c'} - \frac{\alpha c'}{2\omega} \sin \frac{\omega X}{c'} \right] e^{\alpha x/2}$$





## هورن نمایی

و تنش  $\sigma$

$$\sigma = \frac{jE}{\omega} \frac{dV}{dX} = -j \frac{E}{\omega} V_0 \left( \frac{\omega}{c'} + \frac{\alpha^2 c'}{4\omega} \right) e^{\alpha x/2} \sin \frac{\omega X}{c'}$$

ماکزیمم تنش در جایی اتفاق می‌افتد که  $ds/dX = 0$  و موقعی است که،

$$\tan \frac{\omega X}{c'} = -\frac{2\omega}{\alpha c'}$$

و طول هورن برای نصف موج،  $l$ ،

$$l = \frac{\pi c'}{\omega} = \frac{c'}{2f}$$



# Principle of USM

## Design of horn:

### Uniform Bar Horn:

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) = C^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \quad \frac{E}{\rho} = C^2 \quad (1)$$

$$\omega = \frac{n.\pi.C}{l} = \frac{n.\pi.\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{l} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$\lambda = C.T = \frac{c}{f} \quad \lambda = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{f} \quad (3)$$

### Exponentially Tapered Horn:

$$\left(\frac{d^2 u}{dt^2}\right) - 2\beta \left(\frac{du}{dx}\right) + K^2 u = 0 \quad (4)$$

$$k = \frac{\omega}{c} \quad A = A_0 e^{-2\beta x}$$

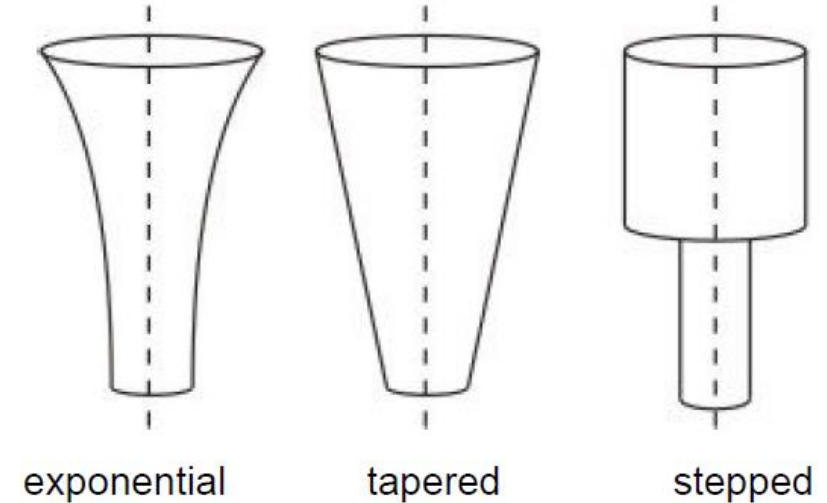
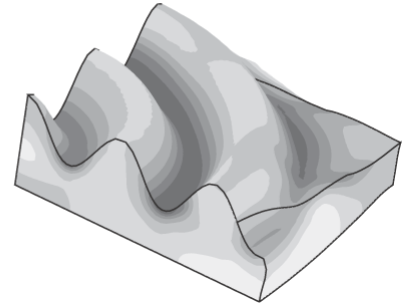
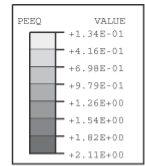
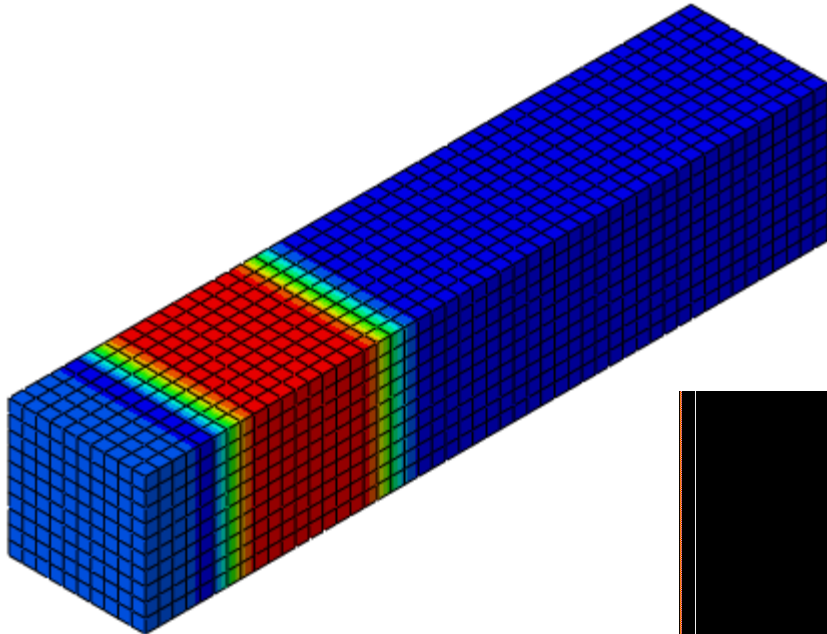


Fig4. Different Horns used in USM

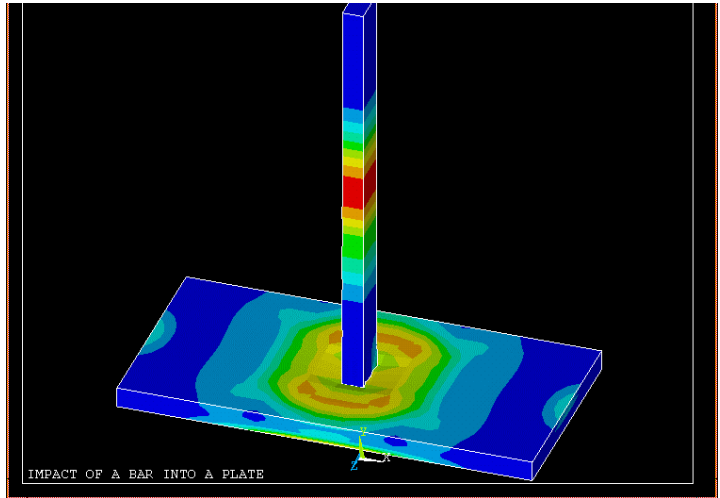
$$\lambda = \frac{c}{f \sqrt{\left(1 - \frac{\beta^2}{K^2}\right)}} = \frac{c}{f \sqrt{\left(1 - \frac{\beta^2 c^2}{\omega^2}\right)}} \quad (5)$$



# روش حل عددی



STEP: Linear perturbation





## روش حل عددی

معادله تعادل یک المان در مدل اجزا محدود:

$$P^N - I^N = M^{NM} \ddot{u}^M$$

بردار نیروهای خارجی  $P^N$

بردار نیروهای داخلی  $I^N$

بردار نیروی حاصل از اینرسی ماده  $M^{NM} \ddot{u}^M$

$$I^N = \int \beta^N : \sigma \, dV$$

$$\dot{\varepsilon} = \beta^N \dot{u}^N$$

به طوریکه

حجم مدل  $V$

ماتریس تغییر کرنش بر حسب جابجایی  $\beta^N(x)$

$$\omega_{\max} = 2 \frac{c}{l}$$

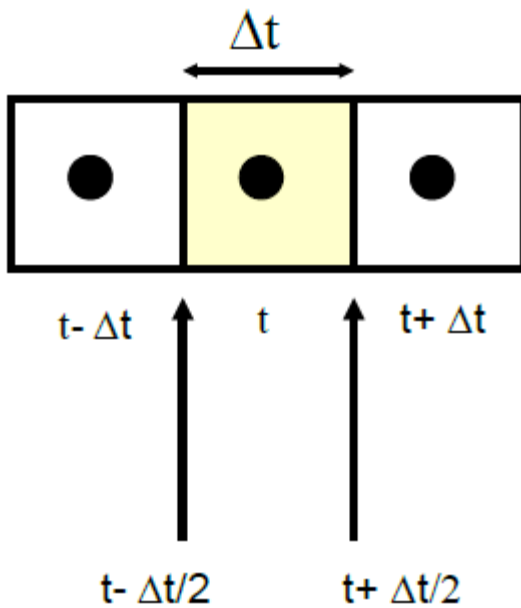
$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

از طرفی سرعت و فرکانس عبارت است از:



## روش حل عددی

$$\ddot{u}^N|_t = [M^{NM}]^{-1} \cdot (P^M - I^M)|_t.$$



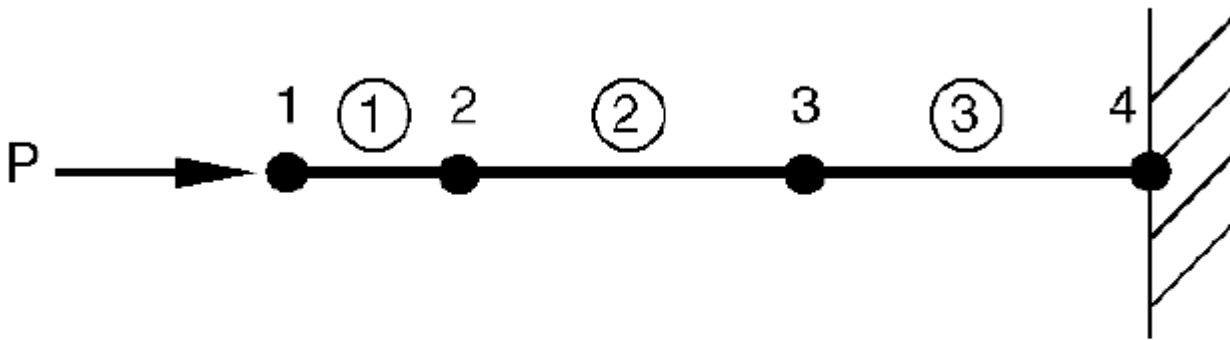
$$\dot{u}^N|_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \dot{u}^N|_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \left( \frac{\Delta t|_{t+\Delta t} + \Delta t|_t}{2} \right) \ddot{u}^N|_t,$$
$$u^N|_{t+\Delta t} = u^N|_t + \Delta t|_{t+\Delta t} \dot{u}^N|_{t+\frac{\Delta t}{2}}.$$





## روش حل عددی

مثال یک بعدی از انتقال موج در ماده

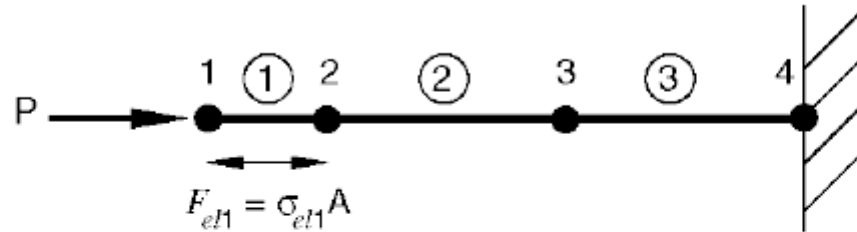


$$\ddot{u}_1 = \frac{P}{M_1} \Rightarrow \dot{u}_1 = \int \ddot{u}_1 dt \Rightarrow \dot{\varepsilon}_{el1} = \frac{-\dot{u}_1}{l} \Rightarrow d\varepsilon_{el1} = \int \dot{\varepsilon}_{el1} dt$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{el1} = \varepsilon_0 + d\varepsilon_{el1} \Rightarrow \sigma_{el1} = E\varepsilon_{el1}$$



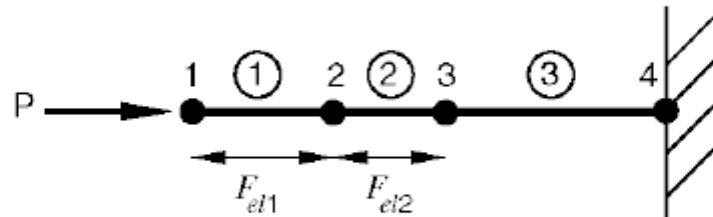
# روش حل عددی



$$\ddot{u}_1 = \frac{P - F_{el1}}{M_1} \Rightarrow \dot{u}_1 = \dot{u}_1^{old} + \int \ddot{u}_1 dt \quad \dot{\varepsilon}_{el1} = \frac{\dot{u}_2 - \dot{u}_1}{l} \Rightarrow d\varepsilon_{el1} = \int \dot{\varepsilon}_{el1} dt$$

$$\ddot{u}_2 = \frac{F_{el1}}{M_2} \Rightarrow \dot{u}_2 = \int \ddot{u}_2 dt \quad \Rightarrow \varepsilon_{el1} = \varepsilon_1 + d\varepsilon_{el1}$$
$$\Rightarrow \sigma_{el1} = E\varepsilon_{el1}$$

Configuration of the rod at the beginning of Increment 2



Configuration of the rod at the beginning of Increment 3





---

# *Simulation of a horn in ABAQUS*