

### فیلترها:

در بسیاری از مدارهای الکترونیکی جریان مدار مجموعه ای از امواج با فرکانسهای مختلف است. مثلاً موج صوتی محدوده فرکانسهای 20Hz تا 20KHz را شامل می شود. بعبارت دیگر یک تقویت کننده صوتی مجموعه ای از امواج سینوسی با فرکانسهای 20Hz تا 20KHz را باید تقویت نماید. در اینگونه مدارها اغلب احتیاج به مداری است که مانع عبور یک محدوده فرکانسی شود و در عوض فرکانس و یا فرکانسهای خاصی را عبور دهد که اصطلاحاً به چنین مداری در الکترونیک فیلتر گفته می شود. فیلترها بر حسب عملکرد به 3 دسته اصلی تقسیم می شوند:

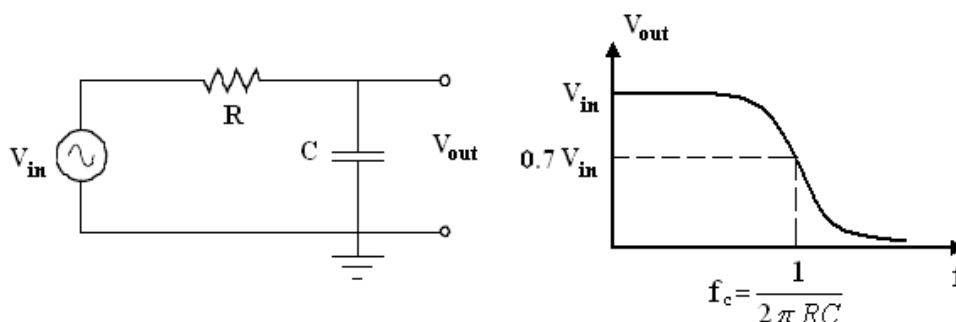
1- پایین گذر Low pass

2- بالا گذر High pass

3- میان گذر Bane pass

### فیلتر پایین گذر:

فیلتری است که امواج تا فرکانس خاصی را عبور دهد و مانع عبور فرکانسهای بالاتر می شود. در شکل 1 یک مدار ساده فیلتر پایین گذر و پاسخ فرکانسی مزبور نشان داده شده است.



شکل 1

طرز کار مدار ساده است. خازن و مقاومت  $R$  تقسیم ولتاژی از ولتاژ ورودی بوجود می آورند که ولتاژ دو سر خازن ولتاژ خروجی است. با افزایش

فرکانس، عکس العمل خازن کاهش می یابد و به تدریج ولتاژ خروجی ( دو سر خازن ) کاهش می یابد. در فرکانس  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  عکس العمل

خازن و مقاومت مساوی ( $R = X_c$ ) شده که در این حالت ولتاژ خروجی 0.7 ولتاژ ورودی می شود. این فرکانس را اصطلاحاً **فرکانس قطع**

گویند. از این فرکانس به بعد است که دامنه موج خروجی شدیداً کاهش می یابد. بنابراین فیلتر پایین گذر مزبور امواج از فرکانس صفر تا فرکانس

$f_c$  رابخوبی عبور می دهد که به این محدوده فرکانسی **باند عبور** گویند. از فرکانس  $f_c$  به بعد دامنه موج خروجی به شدت کاهش می یابد و به

همین علت به آن **باند توقف** گویند. ولتاژ ورودی و خروجی را به شکل زیر می توان در نظر گرفت:

$$V_i = V_{in} \sin(\omega t) \quad 1$$

$$V_o = V_{out} \sin(\omega t + \varphi) \quad 2$$

تابع پاسخ فرکانسی برای این مدار بصورت زیر تعیین می شود:

$$V_i = (R + \frac{1}{j\omega C})I, V_o = \frac{1}{j\omega C}I \Rightarrow A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad 3$$

$A_v$  نسبت ولتاژ خروجی به ولتاژ ورودی تابعی از فرکانس بوده و تابع پاسخ فرکانسی نامیده می شود.

$$|A_v| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \quad 4$$

$$\varphi = \text{Arctg}(-RC\omega) \quad 5$$

رابطه 5 نشان می دهد که در فرکانسهای پایین که  $RC\omega \ll 1$  است  $A_v \approx 1$  است. در فرکانسهای بالا نیز که  $RC\omega \gg 1$  می

باشد  $A_v \approx 0$  مدار  $RC$  فوق ولتاژهای با فرکانس پایین را از خود عبور می دهد و ولتاژهای با فرکانسهای بالا را بشدت تضعیف می نماید.

### انتگرالگیر RC :

چنانچه مقادیر  $R, C$  طوری انتخاب شوند که  $RC\omega \gg 1$  باشد بطوریکه دیده ایم در فرکانسهای بزرگتر از  $f_c$  اندازه  $V_o$  بسیار کوچک و

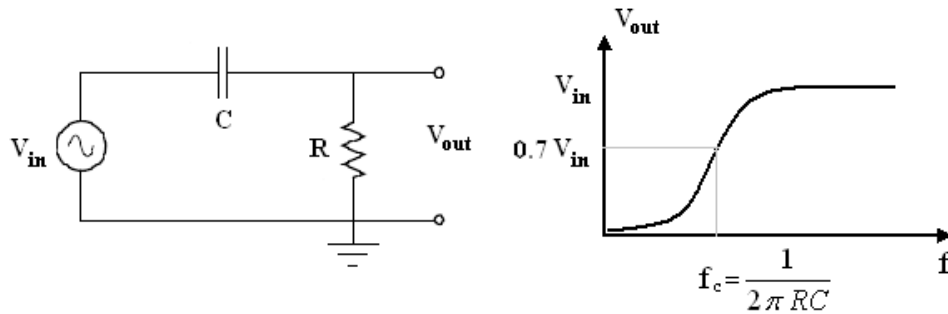
تقریباً برابر صفر است. در این صورت با توجه به شکل 1 می توان نوشت:

$$\begin{cases} V_i(t) = R.i(t) + V_o(t) \\ V_o(t) \approx 0 \\ i(t) = C \frac{dV_o(t)}{dt} \end{cases} \rightarrow V_i(t) = RC \frac{dV_o(t)}{dt} \Rightarrow V_o(t) \approx \frac{1}{RC} \int V_i(t) dt \quad 6$$

رابطه 6 نشان می دهد که ولتاژ خروجی، انتگرال ولتاژ ورودی است. لذا تحت شرایط  $RC\omega \gg 1$  مدار فوق را یک انگرالگیر می نامند.

### فیلتر بالاگذر:

فیلتر بالاگذر عکس فیلتر پایین گذر است، به این معنی که فرکانسهای پایین تر از فرکانس خاصی (که با آن فرکانس قطع گویند) را عبور نداده و فرکانسهای بالاتر را عبور می دهد. در شکل زیر یک مدار ساده فیلتر بالاگذر و پاسخ فرکانسی آن مشاهده می شود.



شکل 2: فیلتر بالاگذر

در شکل فوق مقاومت  $R$  می تواند مقاومت بار به تنهایی و یا مقاومت معادل موازی دو مقاومت بار و مقاومت فیلتر باشد. در اینجا هم طرز کار مدار به کمک قانون تقسیم ولتاژ قابل توضیح است. خازن  $C$  و مقاومت  $R$  تقسیم ولتاژی از ولتاژ ورودی بوجود می آورند که ولتاژ دو سر  $R$  ولتاژ خروجی است. در فرکانسهای پایین عکس العمل خازن زیاد بوده و بنا براین ولتاژی در خروجی ظاهر نمی شود. با افزایش فرکانس عکس العمل کاهش یافته و ولتاژ بیشتری به خروجی می رسد تا در فرکانس  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$  که  $0.7$  ولتاژ ورودی در خروجی ظاهر می شود و از این فرکانس به بعد است که می توان گفت تقریباً موج ورودی در خروجی ظاهر می شود. پاسخ فرکانسی فیلتر بالا گذر را می توان به فرم زیر نمایش

داد:

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{J\omega RC}{1 + J\omega RC}$$

$$|A_v| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \quad 8$$

$$\varphi = \text{Arctg}\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \quad 9$$

در فرکانسهای بالا، وقتی که  $R\omega C \gg 1$  است:

$$\varphi \approx 0^\circ \text{ و } \left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 1$$

و وقتی که  $R\omega C \ll 1$  باشد:

$$\varphi \approx 90^\circ \text{ و } \left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 0$$

به این ترتیب مدار فوق، که فرکانسهای بالا را از خود عبور می دهد به فیلتر بالا گذر مرسوم است. در این حالت نیز فرکانس قطع جایی است که

ولتاژ خروجی به  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر ولتاژ ورودی برسد. بنابراین:

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad 10$$

### مشتق گیر RC:

اگر مقادیر R, C طوری انتخاب شوند که  $R\omega C \ll 1$  باشد، در این صورت  $V_o$  در فرکانسهای کوچکتر از  $f_c$  بسیار کوچکتر از  $V_o$  (تقریباً

صفر) خواهد بود و در این حالت می توان نوشت:

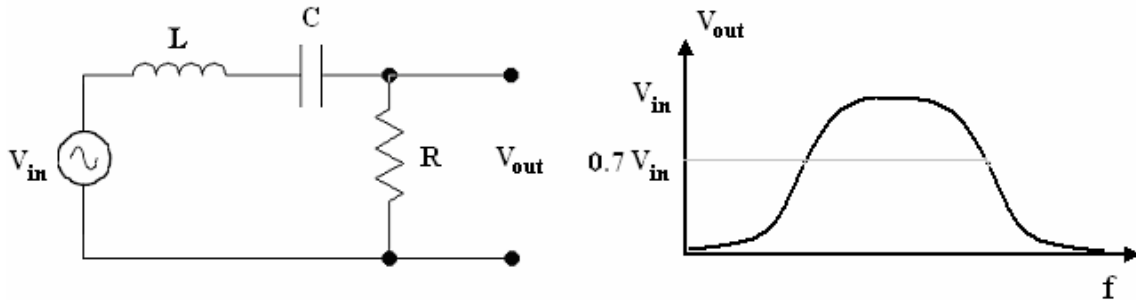
$$V_i(t) = \frac{1}{C} \int i dt + V_o(t) \approx \frac{1}{C} \int \frac{V_o(t)}{R} dt \Rightarrow V_o(t) = RC \frac{dV_i(t)}{dt} \quad 11$$

رابطه 11 نشان می دهد که تحت شرایط یاد شده، ولتاژ خروجی مشتق ولتاژ ورودی است. بنابراین تحت این شرایط مدار RC را مشتق گیر می

نامند.

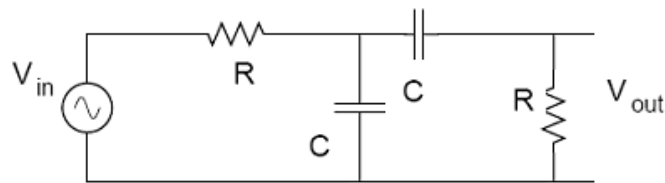
### فیلتر میان گذر:

فیلتر میان گذر به فیلتری گفته می شود که از فرکانس خاصی تا فرکانس معین دیگری به امواج اجازه عبور داده و خارج از این محدوده مانع عبور امواج می شود. در شکل 3 یک نمونه مدار فیلتر میان گذر به همراه پاسخ فرکانسی مربوطه نشان داده شده است. از فرکانس  $f_1$  تا  $f_2$  را که ولتاژ خروجی بیشتر از 0.7 ولتاژ ورودی است را می توان جزو باند عبور و خارج از این محدوده را باند توقف در نظر گرفت.



شکل 3: فیلتر میان گذر RLC

با ترکیب مناسب دو فیلتر بالاگذر و پایین گذر نیز می توان یک فیلتر میان گذر مناسب طراحی نمود.



شکل 4: فیلتر میان گذر RC

تابع پاسخ فرکانسی برای این مدار عبارتست از :

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{J\omega RC}{1 + 3J\omega RC - \omega^2 R^2 C^2} \quad 12$$

$$|A_v| = \left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2}} \quad 13$$

$$\varphi = \text{Arctg} \frac{1 - \omega^2 R^2 C^2}{3\omega RC} \quad 14$$

در فرکانسهای بالا  $R\omega C \gg 1$  و همچنین در فرکانسهای پایین  $R\omega C \ll 1$  خواهیم داشت:  $\left| \frac{V_o}{V_i} \right| \approx 0$  بنابراین خروجی در بعضی

فرکانسهای میانی به ماکزیمم مقدار خود خواهد رسید و با تغییر فرکانس به صورت صعودی یا نزولی، خروجی کاهش خواهد یافت. این مدار به فیلتر میان گذر موسوم است.

فرکانسی که در آن خروجی به ماکزیمم مقدار خود می رسد، فرکانس مرکزی یا میانی می نامند و با  $f_0$  نشان می دهند. اختلاف بین دو فرکانس

که در آنها خروجی به  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر ماکزیمم خودش می رسد، پهنای باند (Band Width) نامیده می شود. (در این دو فرکانس، توان در خروجی

نصف توان ماکزیمم در خروجی است).

محاسبه فرکانس مرکزی در فیلتر میان گذر:

$$\frac{d|A_v|}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f_o = \frac{1}{2\pi RC} \quad 15$$

$$A_v(f_o) = \frac{j}{1+3j-1} \Rightarrow A_v(f_o) = \frac{1}{3} \quad 16$$

محاسبه پهنای باند (Band Width):

$$|A_v| = \frac{1}{3\sqrt{2}} \Rightarrow R^4 C^4 \omega^4 - 11R^2 \omega^2 C^2 + 1 = 0 \quad 17$$

اگر  $\omega_1, \omega_2$  ریشه های مثبت معادله 17 باشند، در این صورت:

$$\omega_1 \approx \frac{3.3}{RC}, \quad \omega_2 = \frac{0.3}{RC}$$

و در نتیجه:

$$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}, \quad f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$$

$$BW = f_1 - f_2 = \frac{3}{2\pi RC}$$

### آزمایش 1-

1- با استفاده از مقاومت  $R = 10K\Omega$  و  $C = 0.1\mu F$  ، مداری مطابق شکل 1 را مونتاژ کنید . بوسیله نوسان ساز یک موج سینوسی با مقدار پیک 2 ولت به مدار اعمال نمایید و با فرکانسهای که در جدول A داده شده ، دامنه ولتاژ خروجی و اختلاف فاز  $\varphi$  ، بین موج ورودی و خروجی را بوسیله نوسان نگار اندازه گرفته و در جدول A یادداشت نمایید.

تذکر : دقت داشته باشید که هنگامیکه فرکانس نوسان ساز را تغییر می دهید ، ولتاژ ورودی تغییر نکند و همواره روی 2 ولت پیک ثابت بماند.  
فرکانس قطع این فیلتر را بصورت تئوری و عملی بدست آورید .

2- یک مقاومت  $56K\Omega$  را بصورت موازی با C قرار دهید و آزمایش قبل را برای سه فرکانس تکرار نمایید . مقاومت  $56K\Omega$  را می توان بعنوان یک بار مصرفی و یا امپدانس ورودی مدار بعدی که به فیلتر اتصال می یابد در نظر گرفت و اثر بار را بر روی فیلتر ملاحظه نمود ( رابطه اندازه دامنه خروجی و اختلاف فاز را در این حالت بدست آورید ) .

3- به جای مقاومت  $56K\Omega$  یک مقاومت  $560\Omega$  قرار دهید و آزمایش بخش 2 را تکرار نمایید . مدار بعدی که به فیلتر اتصال می یابد در نظر گرفت و اثر بار را بر روی فیلتر ملاحظه نمود.

آزمایش 2- مدار را بصورت شکل 2 بسته و مراحل بالا را برای مدار فوق تکرار نمایید. ( $C = 0.1\mu F$  و  $R = 10K\Omega$ )

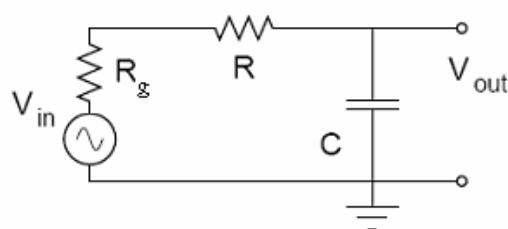
آزمایش 3- مدار را بصورت شکل 4 بسته و آزمایش 1 را برای این مدار تکرار نمایید. ( $C = 0.1\mu F$  و  $R = 10K\Omega$ )

### سوالات :

1- مشخصه پاسخ دامنه و پاسخ فاز را برای جدول A رسم کنید و از روی مشخصه فرکانس قطع را بدست آورید .

2- مقاومت داخلی نوسان ساز ، در شکل 1 ، چه تاثیری بر روی پاسخ مدار و فرکانس قطع دارد ؟ و مقدار  $f_c$  و  $\left| \frac{V_0}{V_g} \right|$  برای فرکانس عبور بر

حسب R و C و  $R_g$  چیست ؟



شکل 5

- 3- برای یک فیلتر بالا گذر چنانچه از یک نوسان نگار با امپدانس  $1M\Omega$  برای دیدن پاسخ مدار استفاده شود ، چه تغییری در خروجی بوجود می آید؟
- 4- آیا می توان از یک فیلتر میان گذر بعنوان یک مدار انتگرالگیر یا مشتق گیر استفاده نمود؟ در صورت امکان محدوده ای از فرکانس را تعیین کنید که چنین عملی صورت گیرد.
- 5- وجود یک مقاومت بار  $R_L$  در خروجی چه اثری در مشخصه پاسخ دامنه و فاز یک فیلتر میان گذر RC دارد؟ در فرکانس میانی و پهنای باند چه اثری دارد؟ ( $R_L = 56K\Omega$ ) جواب: با کم شدن مقاومت بار (در حقیقت نسبت امپدانس معادل خروجی به ورودی) افت ولتاژ زیاد می شود.
- 6- اگر در فیلتر میان گذر شکل 4 جای دو طبقه پایین گذر و بالا گذر عوض شود ، در مشخصه پاسخ دامنه و فاز چه اثری خواهد داشت.
- 7- نتایج سه آزمایش 1 و 2 و 3 را با هم مقایسه کرده ( $\varphi, V_0$ ) و نتیجه گیری کلی کنید .
- 8- با استفاده از Electronic Workbench آزمایشات فوق را شبیه سازی نمایید.

جدول A

$\varphi$ محاسبه شده	$V_0$ محاسبه شده	$\varphi$ اندازه گیری شده	$V_0$ اندازه گیری شده	فرکانس f
----------------------	------------------	---------------------------	-----------------------	----------



10HZ				
25HZ				
50HZ				
100HZ				
150HZ				
200HZ				
500 HZ				
1KHZ				
10KHZ				
20KHZ				