

## بسمه تعالی

تمرین الکترومغناطیس (۱) — سری اول

مهلت تحویل: چهارشنبه ۱۸ بهمن ۱۳۹۶

۱- درستی اتحادهای زیر را بررسی کنید:

(ا) 
$$\nabla(\mathbf{F} \cdot \mathbf{G}) = \mathbf{F} \times (\nabla \times \mathbf{G}) + \mathbf{G} \times (\nabla \times \mathbf{F}) + (\mathbf{F} \cdot \nabla)\mathbf{G} + (\mathbf{G} \cdot \nabla)\mathbf{F}$$

(ب) 
$$\nabla \cdot (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = \mathbf{G} \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) - \mathbf{F} \cdot (\nabla \times \mathbf{G})$$

(پ) 
$$\nabla \times (\mathbf{F} \times \mathbf{G}) = (\mathbf{G} \cdot \nabla)\mathbf{F} - (\mathbf{F} \cdot \nabla)\mathbf{G} + \mathbf{F}(\nabla \cdot \mathbf{G}) - \mathbf{G}(\nabla \cdot \mathbf{F})$$

(ت) 
$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = A^2 B^2 - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^2$$

۲- قضیه اول و دوم گرین (Green's theorem) را طرح و اثبات کنید.

۳- نشان دهید که میدان الکتریکی یک توزیع بار الکتریکی غیرچرخشی است. یعنی اگر داشته باشیم:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}') dv',$$

آنگاه

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0.$$

۴- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید:

(ا) 
$$\nabla \cdot \mathbf{r}$$

(ب) 
$$\nabla^2 \left( \frac{1}{r^2} \right)$$

(پ) 
$$\nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$$