2-19 برای ماده‌ای که در مساله 2-18 توصیف شده، استحکام کششی برابر است با $f_t = 0.1 f_c'$

الف- سطح زوال (تسلیم) را برای حالات زیر رسم کنید: i- معیار کولمب-مور با برش کاتین (tension cutoff)

ii- معیار دراکر-پراگر با معیار برش کاتین

(در صفحه تنش‌های اصلی $\theta = 0$ و $\theta = \frac{\pi}{3}$ و صفحات ماکزیمم یافته)

ب- تلاقی معیارهای تسلیم (فوق) با صفحه $\sigma_1 - \sigma_2$ ($\sigma_3 = 0$) و صفحه $\sigma_x - \tau_{xy}$

حل: در مساله 2-18 برای ماده‌ای که در شرایط زیر زوال رخ می‌دهد:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -\frac{1}{3} f_c'$$
$$\sigma_3 = -20 f_c'$$

ثابت‌های ماده به صورت زیر محاسبه شد:

معیار کولمب-مور: $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ، $c = \frac{\sqrt{3}}{6} f_c' = 0.2887 f_c'$

معیار دراکر-پراگر: $\alpha = \frac{2}{5\sqrt{3}} = 0.2309$ ، $k = \frac{\sqrt{3}}{5} f_c' = 0.3469 f_c'$

معیار کاتین با $f_t = \frac{f_c'}{10}$:

$$\sqrt{2}\rho\cos\theta + \xi - \frac{\sqrt{3}}{10} f_c' = 0$$

معیارهای کولمب-مور و دراکر-پراگر با شرایط فوق عبارتند از:

کولمب-مور: $\sqrt{3}\rho\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2}\rho\cos(\theta + \frac{\pi}{3}) + \frac{\sqrt{2}}{2}\xi - \frac{\sqrt{6}}{4} f_c' = 0$

دراکر-پراگر: $\rho + \frac{2\sqrt{2}}{5}\xi - \frac{\sqrt{6}}{5} f_c' = 0$

الف- تلاقی سطوح موهر-کولمب و کاتین:

$\theta = 0$ کاتین: $\sqrt{2}\rho + \xi - \frac{\sqrt{3}}{10} f_c' = 0$ ، $\xi = -0.75 f_c'$

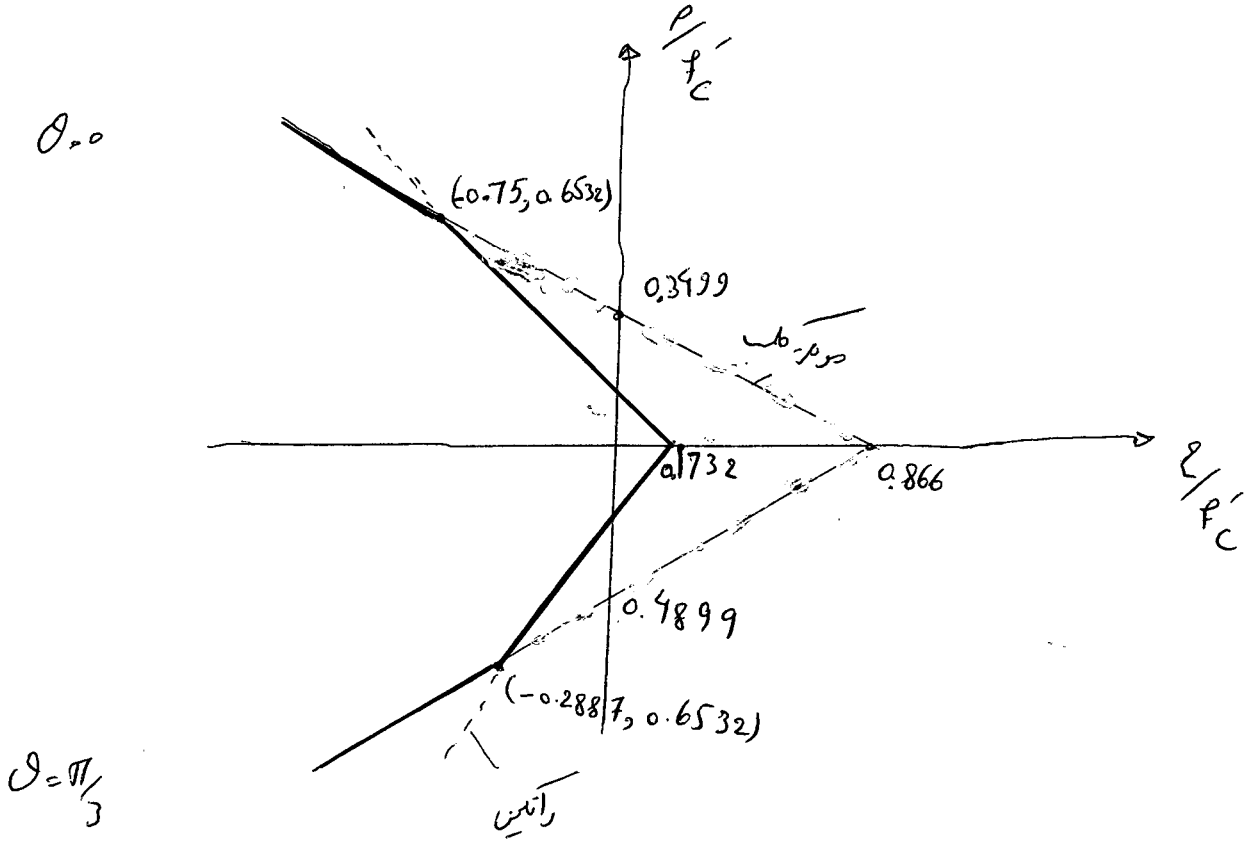
موهر-کولمب: $\frac{\sqrt{7}}{4}\rho + \frac{\sqrt{2}}{2}\xi - \frac{\sqrt{6}}{4} f_c' = 0$ ، $\rho = 0.6532 f_c'$

$\theta = \frac{\pi}{3}$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}\rho + \xi - \frac{\sqrt{3}}{10} f'_c = 0 \\ \frac{5}{4}\rho + \frac{\sqrt{2}}{2}\xi - \frac{\sqrt{6}}{4} f'_c = 0 \end{cases}$$

$\xi = -0.2887 f'_c$

$\rho = 0.6532 f'_c$



- تلاقی سطوح رآنلین و دراکر-پراگر :

$\theta = 0$: رآنلین $\begin{cases} \sqrt{2}\rho + \xi - \frac{\sqrt{3}}{10} f'_c = 0 \\ \text{دراکر-پراگر} \quad \rho + \frac{2\sqrt{2}}{5}\xi - \frac{\sqrt{6}}{5} f'_c = 0 \end{cases}$

حل دستگاه فوق $\rightsquigarrow$

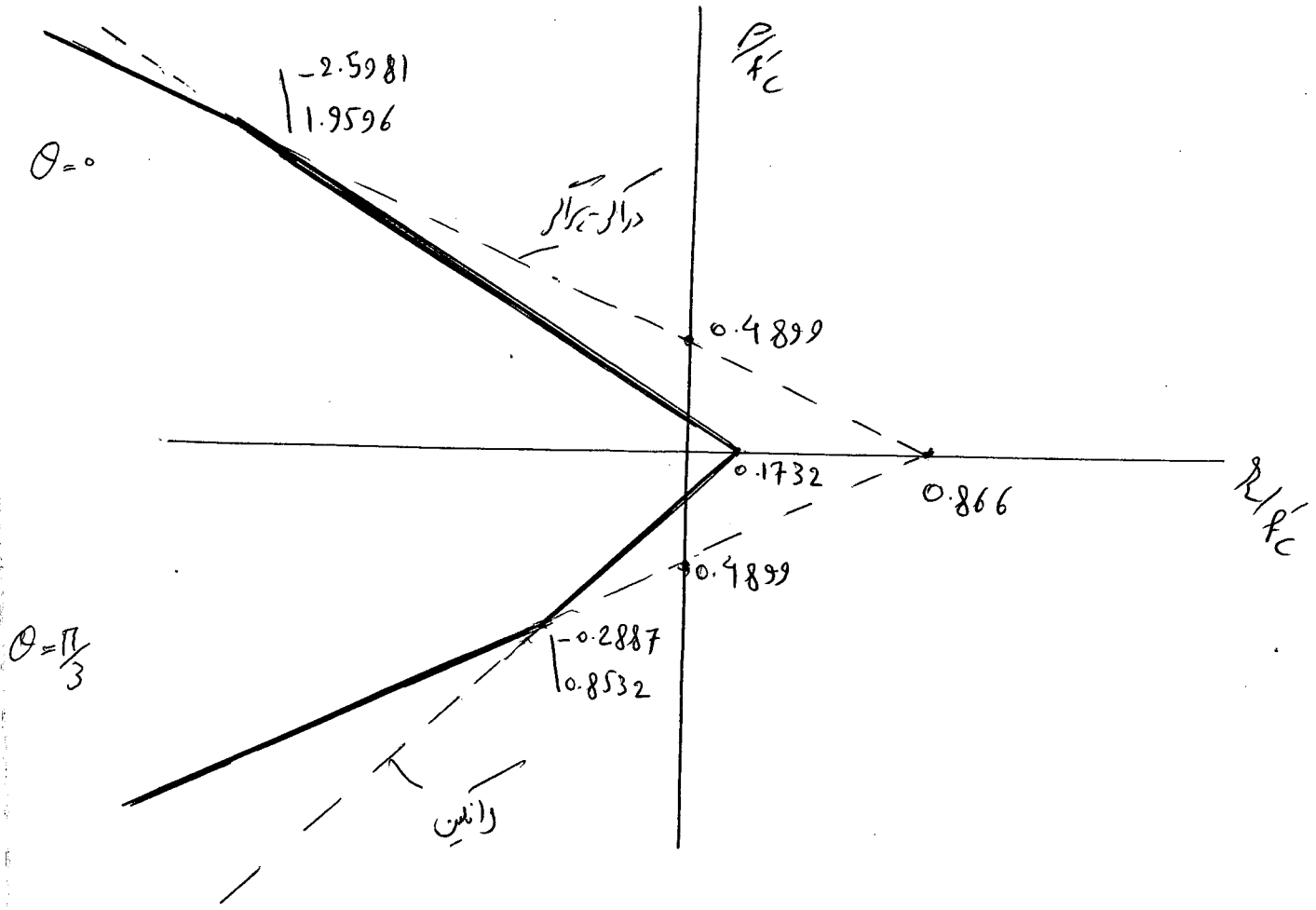
$$\xi = -\frac{3\sqrt{3}}{2} f'_c = -2.5981 f'_c$$

$$\rho = \frac{4\sqrt{6}}{5} f'_c = 1.9596 f'_c$$

$\theta = \frac{\pi}{3}$: رآنلین $\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}\rho + \xi - \frac{\sqrt{3}}{10} f'_c = 0 \\ \text{D-P} \quad \rho + \frac{2\sqrt{2}}{5}\xi - \frac{\sqrt{6}}{5} f'_c = 0 \end{cases}$ $\rightsquigarrow$

$$\xi = -\frac{\sqrt{3}}{6} f'_c = -0.2887 f'_c$$

$$\rho = \frac{4\sqrt{6}}{15} f'_c = 0.6532 f'_c$$

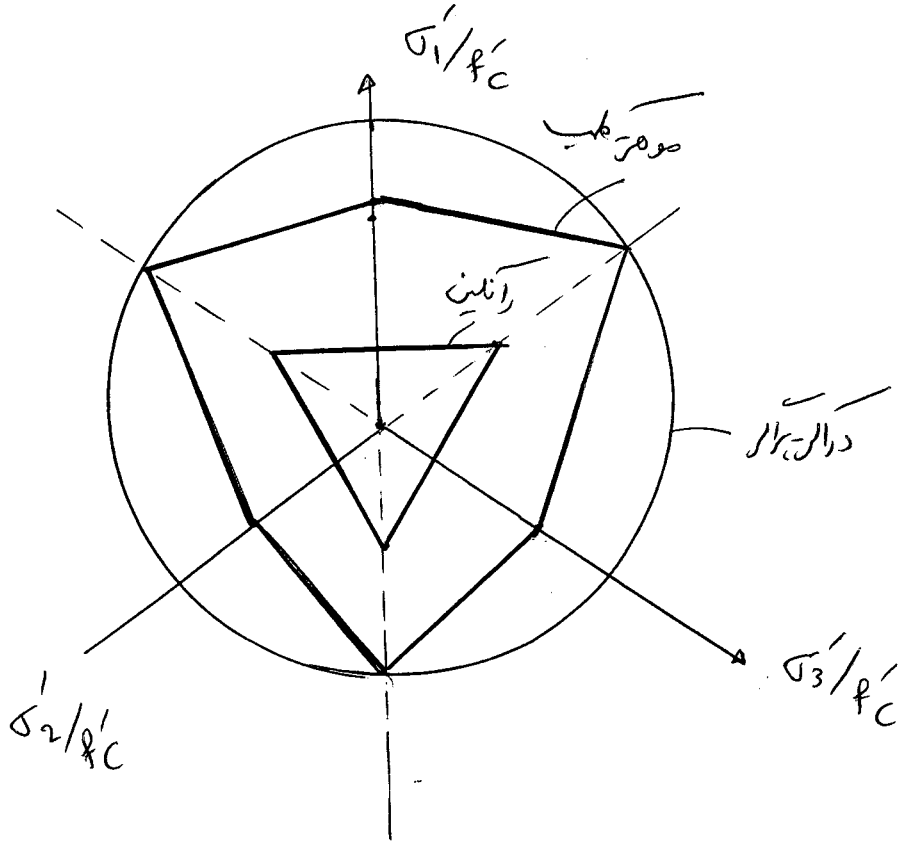


در صفحه π :

درآل-پراگر : $\rho_t = 0.4899 f'_c$

رانکین $\begin{cases} \rho_{to} = \frac{\sqrt{3}}{1\circ\sqrt{2}} f'_c = 0.1225 f'_c \\ \rho_{co} = \frac{\sqrt{6}}{1\circ} f'_c = 0.2449 f'_c \end{cases}$

مور-کولمب $\begin{cases} \rho_{to} = 0.3499 f'_c \\ \rho_{co} = 0.4899 f'_c \end{cases}$



ب ـ در صفحه $\sigma_1 - \sigma_2$

رانکین : $\sigma_1 = f_t' = 0.1 f_c'$ ، $\sigma_2 = f_t' = 0.1 f_c'$

موهر-کلمب : $m\sigma_1 - \sigma_3 = f_c'$ $\quad m = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = 3$

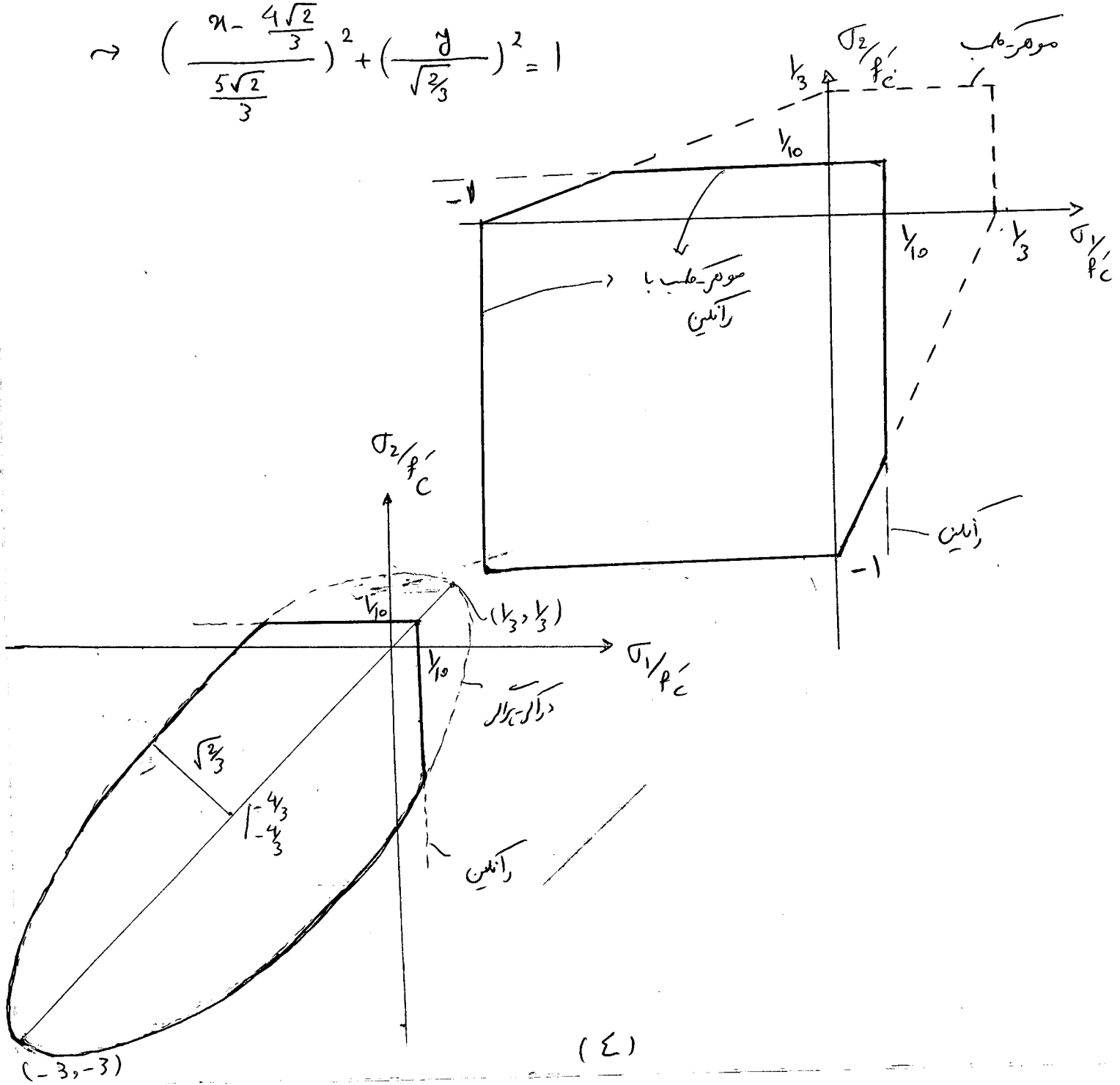
درکر-پراگر : $(1-3\alpha^2)(\sigma_1^2+\sigma_2^2) - (1+6\alpha^2)\sigma_1\sigma_2 + 6k\alpha(\sigma_1+\sigma_2) - 3k^2 = 0$

$\rightsquigarrow \frac{21}{25}(\sigma_1^2+\sigma_2^2) - \frac{33}{25}\sigma_1\sigma_2 + \frac{12}{25} f_c'(\sigma_1+\sigma_2) - \frac{9}{25} f_c'^2 = 0$

$\rightsquigarrow 7(\sigma_1^2+\sigma_2^2) - 11\sigma_1\sigma_2 + 4 f_c'(\sigma_1+\sigma_2) - 3 f_c'^2 = 0$

با تغییر متغیر $x = \frac{1}{\sqrt{2} f_c'}(\sigma_2+\sigma_1)$ ، $y = \frac{1}{\sqrt{2} f_c'}(\sigma_2-\sigma_1)$

$\rightsquigarrow \left(\frac{x - \frac{4\sqrt{2}}{3}}{\frac{5\sqrt{2}}{3}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{\frac{2}{3}}}\right)^2 = 1$



در صفحه : $\sigma_x - \tau_{xy}$

$\sigma = \sigma_x$

$\tau = \tau_{xy}$

رانکین : $\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{(\frac{\sigma}{2})^2 + \tau^2} = f'_t = 0.1 f'_c$

$\rightsquigarrow \boxed{0.1 f'_c \sigma + \tau^2 = 0.01 f'^2_c}$

موهر-کولمب : $\frac{\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2 f'_t} - \frac{\sigma - \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2 f'_c} = 1$

$\frac{f'_c}{f'_t} = 3 \rightsquigarrow \boxed{(\frac{\sigma + \frac{f'_c}{3}}{\frac{2 f'_c}{3}})^2 + (\frac{\tau/\sqrt{3}}{6 f'_c})^2 = 1}$

درکر-پراگر : $\alpha \sigma + (\frac{1}{3}\sigma^2 + \tau^2)^{\frac{1}{2}} - K = 0$

$\rightsquigarrow (\frac{1}{3} - \alpha^2)\sigma^2 + 2\alpha K \sigma + \tau^2 = K^2$

با قرار دادن α و K $\rightsquigarrow \boxed{(\frac{\sigma + \frac{2}{7} f'_c}{\frac{5}{7\sqrt{3}} f'_c})^2 + (\frac{\tau}{\frac{1}{\sqrt{7}} f'_c})^2 = 1}$