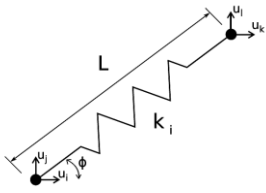


۱- ماتریس سختی برای المان فنر دو بعدی به صورت زیر تعریف می شود.



$$K_i^e = \frac{k_i}{L_i} \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin \phi \cos \phi & -\cos^2 \phi & -\sin \phi \cos \phi \\ \sin \phi \cos \phi & \sin^2 \phi & -\sin \phi \cos \phi & -\sin^2 \phi \\ -\cos^2 \phi & -\sin \phi \cos \phi & \cos^2 \phi & \sin \phi \cos \phi \\ -\sin \phi \cos \phi & -\sin^2 \phi & \sin \phi \cos \phi & \sin^2 \phi \end{bmatrix}$$

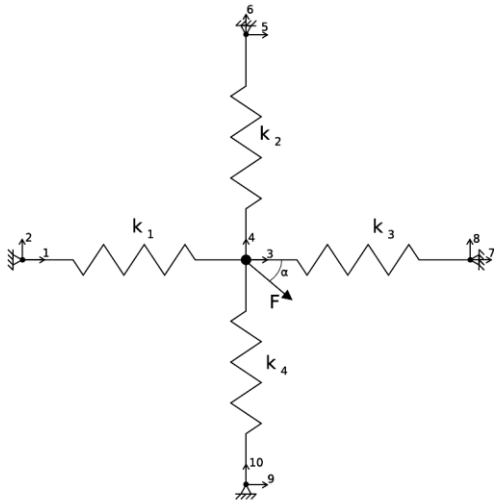
الف- مطلوبست محاسبه ماتریس سختی برای سیستم زیر،

طول هر یک از فنرها برابر L و $\alpha = 45^\circ$ است.

ب- مطلوبست بردار تغییر مکان برای سیستم فوق در صورتی

که $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1$ و $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 1$

است. $F = \sqrt{2}$



بارم: ۴ نمره

۲- تیری با طول $3L$ و سختی خمشی EI در انتها گیردار و بر روی دو تکیه گاه ساده

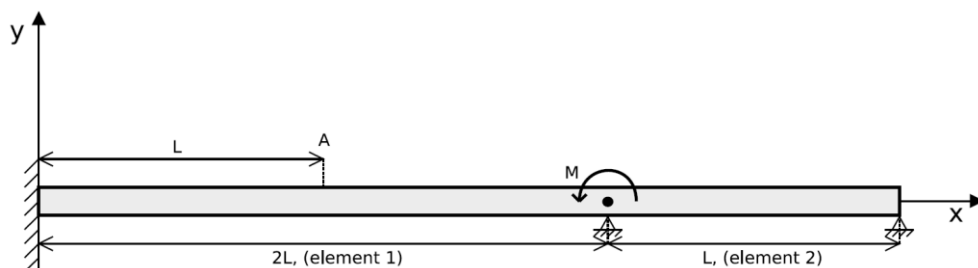
قرار گرفته است. یک ممان M به فاصله $2L$ از انتها به تیر وارد می شود (شکل زیر).

الف- با استفاده از دو المان ماتریس سختی تیر را بدست آورید.

ب- در صورتی که $M = 5000Nm$ و $EI = 7000Nm^2$ و $L = 0.5m$ باشد منحنی تغییر مکان جانبی تیر را به

دست آورید.

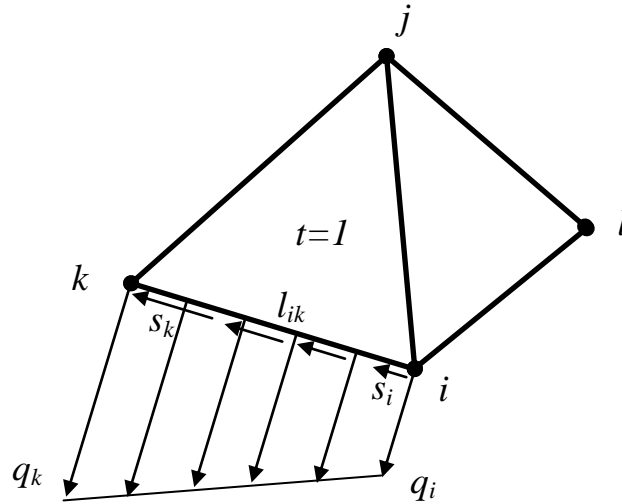
پ- ماکزیمم ممان خمش در تیر را بدست آورید.



بارم: ۶ نمره

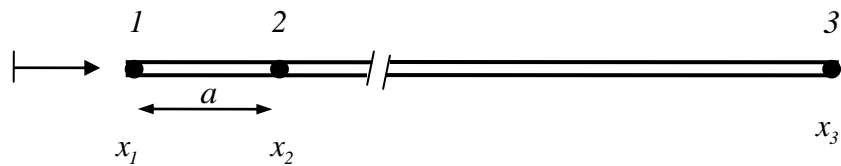
۳- الف- ثابت کنید در المان مثلثی در مرز دو المان (ij) تغییر مکان پیوسته (متصل) است.

ب- در صورتی که بر روی ضلع ik در المان مثلثی؛ در نقطه i تنش کششی و برشی q_i و s_i و در نقطه k ؛ q_k و s_k وارد شود و تغییرات q و s در ضلع ik خطی باشد مطلوبست نیروهای گره‌ای معادل در المان ijk



بارم: ۵ نمره

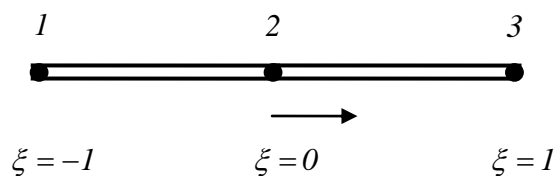
۴- هدف از این مسئله معرفی و فرمولاسیون یک المان نیمه بی نهایت است. المان در نظر گرفته شده یک المان میله با سه گره که یک گره آن در بی نهایت است می‌باشد.



المان‌های نیمه بی نهایت ایزوپارامتریک نیستند و بنابراین تابعی که تصویر یا (mapping) را انجام می‌دهد با توابع شکل متفاوتند. برای این مسئله تابع تصویر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x = [x_1 \quad x_2] \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad \varphi_1 = -\frac{2\xi}{1-\xi} \quad \text{و} \quad \varphi_2 = \frac{1+\xi}{1-\xi} \quad \text{که}$$

الف- نشان دهید که توسط تابع مذکور المان نشان داده شده در بالا را به یک المان سه گره‌ای در مختصات ξ به صورت زیر تبدیل می‌کند:



ب- حال برای تغییر مکان u توابع شکل استاندارد را در نظر می‌گیریم:

$$u(\xi) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3$$

برای مسئله یک بعدی که در آن فقط کرنش امتداد x وجود دارد و از قانون هوک نیز تبعیت می‌کند، عبارتی برای ماتریس سختی به دست آورید.

پ- نشان دهید برای این المان نیز اگر $u_1 = u_2 = u_3 = c$ باشد آنگاه در همه نقاط $u(x) \equiv c$ است. (ابتدا u را به

صورت تابعی از x به دست آورید و سپس عبارت بالا را نتیجه بگیرید)

بارم: ۵ نمره