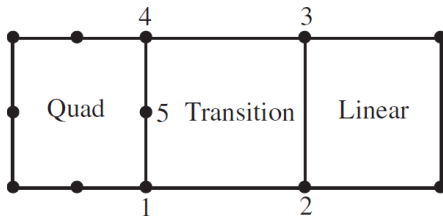
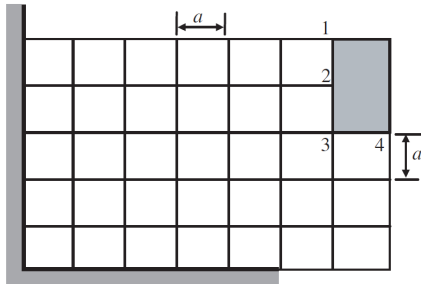




۲- الف- توابع شکل در مختصات طبیعی برای المان انتقالی در شبکه اجزای محدود زیر را به دست آورید. در صورتی که از المان انتقالی استفاده نمی شد چه راه دیگری را برای اتصال دو المان خطی و مرتبه دو پیشنهاد می دهید.



ب- شکل زیر یک شبکه اجزای محدود یکنواخت را برای یک مساله کرنش صفحه ای نشان می دهد. در صورتی که قسمت تیره رنگ یک جسم صلب باشد. معادلات قیود (MPC) برای گره های 1, 2, 3, 4 را به دست آورید.

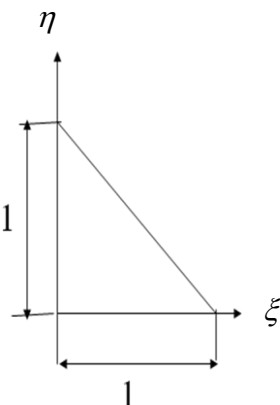


بارم: ۴ نمره

۳- اگر در روش انتگرال گیری عددی گوس برای یک المان مثلثی تنها از یک نقطه گوس استفاده شود؛ در این صورت انتگرال عددی تابع خطی، $f(\xi, \eta) = \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta$ بر روی مثلث به صورت دقیق برآورد می شود.

الف- با استفاده از رابطه: $\int_A f(\xi, \eta) dA \approx w_1 \cdot f(\xi_1, \eta_1)$ مقدار w_1 ، ξ_1 و η_1 را به دست آورید.

ب- آیا با یک نقطه انتگرال گیری رتبه ماتریس سختی این المان کافی است (Rank Sufficiency)؟ چرا؟



بارم: ۴ نمره

۴- در یک فرآیند لحیم کاری در یک سیم مسی، نقطه A، در معرض دمای 100°C قرار می گیرد. طول سیم 15 cm و قطر آن برابر 0.02 cm است. دما در دو انتهای سیم برابر و 20°C است. ضریب هدایت گرمایی مس، $k=26\text{ W/}^{\circ}\text{Cm}$ ، و سطح سیم با محیط اطراف (مطابق شکل) تبادل حرارت دارد. با استفاده از یک المان مرتبه اول (خطی) برای سمت چپ سیم و یک المان مرتبه دو (درجه دو) برای سمت راست سیم مطلوبست:

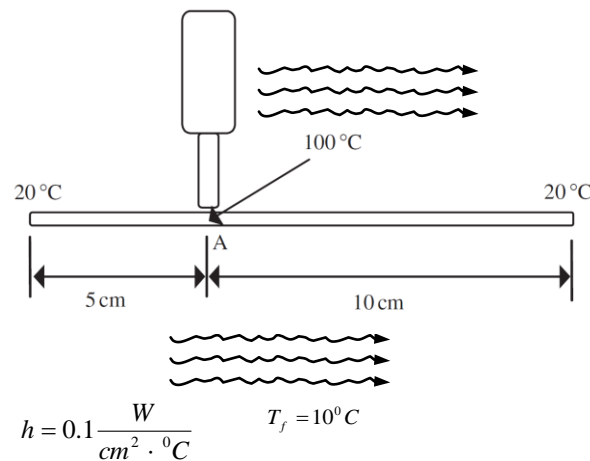
الف- شار حرارتی به سیم در نقطه A را به دست آورید.

ب- شار حرارتی در دو انتهای سیم را به دست آورید.

پ- در صورتی که از یک المان خطی نیز برای سمت راست سیم استفاده می گردید

جواب قسمت الف و ب چه تغییری می نمود.

بارم: ۶ نمره



۵- شکل ضعیف معادله دیفرانسیل زیر استخراج نمایید و در صورت امکان تابع درجه دو آن را بنویسید.

$$\frac{1}{x} \frac{du}{dx} + \ln(x) \frac{d^2u}{dx^2} = 0 \quad 1 \leq x \leq 10$$

$$u(10) = 5, \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=1} = 0.001$$

بارم: ۴ نمره

Problem 1:

(i) Another name for the undesirable deformations caused by exciting zero-energy modes when using a reduced integration quadrature rule is:

- (a) interpolation modes. (b) parasitic shear modes. (c) hourglassing.

(ii) True or False: The weak form of a differential equation includes the specified natural boundary conditions.

- (a) True (b) False

(iii) Which of the following is NOT a method of alleviating locking effects in plane stress elements?

- (a) using a reduced integration quadrature rule
 (b) using an implicit integration scheme
 (c) using a higher order element interpolation

(iv) Which of the following is NOT a step in the development of the weak form of a differential equation?

- (a) multiplying the entire equation by a “test function”
 (b) integration-by-parts
 (c) assembly

(v) True or False: A collection of finite elements that passes the weak patch test will converge towards an exact displacement solution with increasing mesh refinement.

- (a) True (b) False

(vi) True or False: For plane elasticity problems, stresses calculated at the integration points are most accurate.

- (a) True (b) False

(vii) The minimum Gauss Quadrature rule that would be considered full integration when applied to the polynomial integrand $f(x) = 1 + x^2 + x^5$ is

- (a) 1 pt (b) 2 pt (c) 3 pt

(viii) True or False: A collection of finite elements that fails the patch test will converge towards an exact displacement solution with increasing mesh refinement.

- (a) True (b) False

(ix) True or False: Plane stress would be valid assumption to use when the thickness of a two-dimensional structure is an order of magnitude smaller than its length and width.

- (a) True (b) False

(x) Nonlinear problems require special solution techniques because

- (a) the stiffness matrix has constant coefficients.
 (b) the stiffness matrix is a function of the unknown degrees of freedom
 (c) the stiffness matrix is singular

(xi) The Jacobian, J , of a isoparametric mapping between a parallelogram child and an undeformed (square) parent element will be

- (a) a constant.
 (b) zero.
 (c) a function of the natural coordinates.

(xii) The total nodal degrees-of-freedom for a frame element is

- (a) 3. (b) 4. (c) 6.