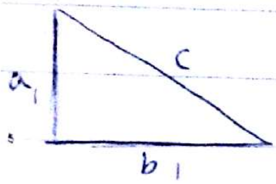
Date :
Subject : مبانی آنالیز ریاضی

★ مجموعه اعداد حقیقی ★

۱، ۲، ۳ $\xrightarrow{\text{مجموع مفهوم سه‌گانه}}$ ۶ عدد کامل

$\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$



$a^2 + b^2 = c^2$

$ax^2 + bx + c = 0$ ، $\Delta = b^2 - 4ac$

(Complex x) اعداد مختلط : $z = x + iy$ → Im part, (x →) Real number

$x = \frac{1 \pm \sqrt{-4}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{1-2i}{2} \\ x_2 = \frac{1+2i}{2} \end{cases}$

★ میدان اعداد حقیقی ★ اعداد حقیقی همراه با دو عمل جمع و ضرب یک میدان است، یعنی عمل جمع و ضرب مشخص دارای خواص زیر می‌باشند :

$\forall a, b, c \in \mathbb{R}$: 1) $a + b = b + a$

2) $(a+b)+c = a+(b+c)$

3) $\exists 0 \in \mathbb{R} : a + 0 = 0 + a = a$

4) $\exists y \in \mathbb{R} : a + y = y + a = 0$ ← y را a- نامیم و قرینه جمعی a نامیده می‌شود

5) $a \times b = b \times a$

6) $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

7) $\exists 1 \in \mathbb{R} : a.1 = 1.a = a$

8) If $a \neq 0$, $\exists! x \in \mathbb{R} : ax = x.a = 1$

9) $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ ← x را وارون a نامیم و با a^{-1} نشان می‌دهیم :

اثبات 8 : $\exists x_1, x_2 : a.x_1 = x_1.a \wedge a.x_2 = x_2.a = 1 \rightarrow$

$\rightarrow x_1 = x_1 \times 1 = x_1.(x_2.a) \Rightarrow (x_1 \times a).x_2 \Rightarrow 1 \times x_2 = x_2$

← فرض کنیم e_1, e_2 دو عضو خنثی عمل ضرب $e_1 = e_1 \times e_2 = e_2$: نشان می‌دهیم عضو خنثی منحصر بفرد است (7)

← چون $\mathbb{R}^n$ میدان نمی‌شود وارون ضربی ندارد

Date :
Subject : $\mathbb{R}^n$ (فضای برداری) — $\mathbb{R}$ (ساختار میدانی)

مثال

1) اعداد گویا $\mathbb{Q}$ همراه با دو عمل ضرب و جمع یک میدان است.

2) اگر p یک عدد اول باشد:

$Z_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$

جمع و ضرب معمولی بسته نیست (مثلاً داریم [illegible] در مجموعه نیست)

$[0] = \{x \in \mathbb{R} : p \mid x\}$

اگر $m \in \mathbb{Z}$ و n آنگاه m را هم ارز n به پیمانه p گوییم هرگاه ($m \sim n$) اگر $p \mid m-n$

$Z_p = \{[0], [1], \dots, [p-1]\}$ $\quad [x] + [y] = [x+y]$ $\quad$ جمع روی Z_p

به طور مثال: $Z_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ $\quad [3] + [4] = [7] = [2]$

$[x][y] = [xy]$ $\quad$ $7 \mid 5$ ، $\frac{5}{2}$ ، 1 $\rightarrow [2] = [7]$

↑ باقیمانده تقسیم بر ۵

عضو خنثی $[1]$

$[3]^{-1} = [2]$