قضیه: اگر $\liminf a_n = \limsup a_n = d$ ، آنگاه $a_n \to d$.

برهان: باید نشان دهیم $\forall \varepsilon > 0 : \exists N > 0 : N \in \mathbb{N} : \forall n \geq N : |a_n - d| < \varepsilon$

فرض کنیم $\varepsilon > 0$ داده شده باشد.

چون $d = \limsup a_n = \operatorname{Inf}_{k} \operatorname{Sup}_{n \geq k} a_n$ ، داریم

$\exists k \in \mathbb{N} \; ; \; d \leq \operatorname{Sup}_{n \geq k} a_n < d + \varepsilon \quad (1)$

از طرفی، $\forall n \geq k \; ; \; a_n \leq \operatorname{Sup}_{n \geq k} a_n$. پس، طبق رابطه (1)،

$\forall n \geq k \; ; \; a_n < d + \varepsilon \quad (I)$

چون $d = \liminf a_n = \operatorname{Sup}_{k} \operatorname{Inf}_{n \geq k} a_n$ ، داریم

$\exists k' \in \mathbb{N} \; ; \; d - \varepsilon < \operatorname{Inf}_{n \geq k'} a_n \leq d \quad (2)$

از طرفی، $\forall n \geq k' \; ; \; \operatorname{Inf}_{n \geq k'} a_n \leq a_n$. پس، طبق رابطه (2)،

$\forall n \geq k' \; ; \; d - \varepsilon < a_n \quad (II)$

قرار می‌دهیم $N = \max\{k, k'\}$ طبق روابط (I) و (II)،

$$\forall n \geq N \; ; \; d - \varepsilon < a_n < d + \varepsilon \Rightarrow -\varepsilon < a_n - d < \varepsilon \Rightarrow |a_n - d| < \varepsilon$$

بنابراین، $a_n \to d$.