

امتحان میان ترم ریاضی مهندسی (ترم دوم ۹۱)

موفق باشید

سوم اردیبهشت ۹۲

وقت: دو ساعت

سوال یک. (۲۰ نمره) به کمک سری فوریه‌ی مثلثاتی تابع
 $f(x) = \pi - |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$

سری زیر را محاسبه کنید.

$$\frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} + \dots$$

سوال دو. (۲۰ نمره) معادله‌ی گرمای نیمه‌متناهی زیر را حل کنید

$$u_t = 4u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0$$

$$x \rightarrow +\infty \quad u(x, t) \text{ کراندار وقتی}$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 3 \\ 0 & x \geq 3 \end{cases}$$

سوال سه. (۲۰ نمره) معادله‌ی لاپلاس زیر را حل کنید

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0, \quad 0 < r < 1, \quad 0 < \theta < \pi$$

$$u_\theta(r, 0) = 0$$

$$u(r, \pi) = 0$$

$$u(1, \theta) = \pi - \theta$$

سوال چهار. (۲۰ نمره) مساله‌ی زیر را به یک مساله‌ی همگن با شرایط مرزی همگن تبدیل کنید (حل مساله لازم نیست).

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} + e^{-x}, \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = t$$

$$u(\pi, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u_t(x, 0) = g(x)$$

سوال پنج. (۲۰ نمره) با استفاده از روش دالامبر معادله‌ی موج نیمه‌متناهی زیر را حل کنید

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad x > 0, \quad t > 0$$

$$u_x(0, t) = 4e^t$$

$$u(x, 0) = e^{-x}$$

$$u_t(x, 0) = 1$$

به نام خدا
امتحان میان ترم ریاضی مهندسی (۳ دی ماه ۱۳۸۸)

۱. (الف) بسط فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = |x|$ ، $-\pi < x < \pi$ ، را بیابید.
(ب) تساوی پارسوال را برای تابع $f(x)$ بنویسید.
۲. مسأله‌ی مقدار مرزی زیر را حل کنید

$$u_t = u_{xx}$$

$$u_x(0, t) = 0$$

$u(x, y)$ کراندار وقتی $x \rightarrow +\infty$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$$

۳. معادله‌ی لاپلاس زیر را حل کنید

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b$$

$$u(0, y) = 0, \quad 0 < y < b$$

$$u(a, y) = 0, \quad 0 < y < b$$

$$u(x, 0) = x, \quad 0 < x < a$$

$$u(x, b) = 0, \quad 0 < x < a$$

۴. معادله موج زیر را حل کنید

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(L, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L$$

$$u_t(x, 0) = x, \quad 0 < x < L$$

امتحان میان ترم ریاضی مهندسی (ترم دوم ۹۱)

موفق باشید

ششم خرداد ۹۲

وقت: دو ساعت

سوال یک. (۲۰ نمره) بسط لوران تابع زیر را در ناحیه $1 < |z| < 2$ بیابید

$$f(z) = \frac{z}{(z-1)(2-z)}$$

که در آن Ln شاخه اصلی لگاریتم است، در چه ناحیه‌ای تحلیلی است (با انجام دقیق همه محاسبات).

سوال دو. (۲۰ نمره) مقدار انتگرال زیر را بیابید

$$\int_{|z|=2} \frac{1}{z-i} e^{1/z^2}$$

سوال سه. (۲۰ نمره)

مقدار انتگرال حقیقی زیر را محاسبه کنید (همه مراحل را دقیقاً انجام دهید)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin 2x}{x^2 + 4x + 5} dx$$

سوال چهار. (۲۰ نمره) تابع

$$f(z) = \frac{\text{Ln} \left(z - \frac{1}{z} \right)}{(e^z + 1)(z^4 + 1)}$$

سوال پنج. (۲۰ نمره) فرض کنید $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ یک تابع تحلیلی در تمامی صفحه‌ی

مختلط باشد، به طوری که $v(x, y) = h(xy)$ تابعی بر حسب xy است. علاوه بر آن $f(0) = i$ و

$f(i) = 2 + i$ ضابطه‌ی f را بیابید.