

بسمه تعالی

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل

بسمه تعالی
امتحان معادلات دیفرانسیل
ترم تابستانی ۶۷

وقت: دو ساعت و نیم

نام و نام خانوادگی

شماره دانشجویی

نام مدرس

گروه درسی

جمع	سوال ۶	سوال ۵	سوال ۴	سوال ۳	سوال ۲	سوال ۱

۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.
(۱۵ نمره)

$$y\sqrt{x^2 + y^2}dx = x(xdy - ydx)$$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.
(۱۵ نمره)

$$y'' + y = x \cos x$$

۳. جواب‌های به صورت سری حول نقطه $x = 0$ از معادله زیر را بیابید.
(۲۰ نمره)

$$2x^2y'' + 3xy' - (1 + x)y = 0$$

۴. فرض کنید $g(t)$ تابعی باشد که

$$\mathcal{L}[g(t)] = e^{(e^{-s})} - 1$$

به کمک تبدیل لاپلاس جواب مساله با شرایط اولیه زیر را بیابید.
(۱۵ نمره)

$$y'' + y = g(t), y(0) = y'(0) = 0$$

۵. تابع $y(x)$ را به گونه‌ای بیابید که در معادله انتگرال زیر صدق کند.
(۱۵ نمره)

$$2 \int_0^x y(t)y(x-t) dt = \sin x - x \cos x$$

۶. جواب عمومی دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.
(۲۰ نمره)

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل
پایان ترم (ترم اول ۷۷-۶۷)

جمع	سوال ۴	سوال ۳	سوال ۲	سوال ۱

نام و نام خانوادگی

شماره دانشجویی

نام مدرس

گروه درسی

وقت: یک ساعت و نیم

.....

۱. با استفاده از روش فروبنیوس جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.
(۲۰ نمره)

$$x^2 y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) y = 0.$$

.....

۲. (الف) فرض کنید $f(x)$ تابع پیوسته قطعه‌ای و از رتبه‌ی نمایی است. نشان دهید جواب معادله
(۱۰ نمره)

$$y'' - y = f(x); y(0) = y'(0) = 1$$

عبارت است از

$$y(x) = e^x + \int_0^x \sinh(x-t) f(t) dt.$$

(ب) جواب معادله $y'' - y = \frac{1}{\cosh x}$ ، $y(0) = y'(0) = 1$ را بیابید.
(۵ نمره)

.....

۳. (الف) مطلوب است محاسبه تبدیل لاپلاس تابع
(۵نمره)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1 \\ x^2 & 1 \leq x < 2 \end{cases} \quad f(x+2) = f(x).$$

(ب) مطلوب است محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس $\frac{e^{-s}}{2s^2 + s + 2}$
(۵نمره)

۴. جواب عمومی دستگاه زیر را بیابید
(۲۰ نمره)

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل

میان ترم (ترم دوم ۹۷-۸۷)

وقت: یک ساعت و نیم

سوال یک.

جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$(x - y^2 x)y' + y + x^2 y = 0$$

سوال دو. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید

$$x^2(x dy + y dx) + y(x dy - y dx) = 0$$

سوال سه. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$xy'' - (1 + x)y' + y = x^2 e^{2x}$$

سوال چهار. با استفاده از تغییر متغیر $z = 1/x$ جواب عمومی معادله دیفرانسیل

زیر را بیابید

$$x^4 y'' + 2x^3 y' - 4y = 1/x$$

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل

میان ترم (ترم دوم ۸۷-۷۷)

جمع	سوال ۴	سوال ۳	سوال ۲	سوال ۱

نام و نام خانوادگی

شماره دانشجویی

نام مدرس

گروه درسی

وقت: یک ساعت و نیم

هر سوال ۹ نمره دارد

سوال یک. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$(x - y \ln y + y \ln x) dx + x(\ln y - \ln x) dy = 0$$

سوال دو. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$\left(\frac{y}{x} \ln(\ln y) + \frac{2}{3}xy^4\right) dx + \left(\frac{\ln x}{\ln y} + x^2y^3\right) dy = 0$$

سوال سه. فرض کنید توابع $p(x)$ و $q(x)$ در فاصله (α, β) پیوسته‌اند و y_1, y_2 دو جواب معادله $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ هستند که $W(y_1, y_2) = e^{-x^2}$. اگر $y_1(x) = x^{-1/2}$ جواب عمومی معادله و هم‌چنین $p(x)$ و $q(x)$ را بیابید.

سوال چہار. جواب عمومی معادلہ دیفرانسیل زیر را بیابید

$$xy'' - (1 + x)y' + y = x^2 e^{2x}$$

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل

پایان ترم (ترم دوم ۸۷-۷۷)

سوال یک. با استفاده از روش سری‌ها جواب معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$xy'' + y' + 3y = x + 3, y(1) = -1, y'(1) = 1$$

(۱۵ نمره)

سوال دو. مطلوب است محاسبه

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x} \left[\int_0^x e^{x+3t} \frac{\cos 2t - \cos t}{t} dt \right] dx$$

(۱۰ نمره)

سوال سه. با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله زیر را حل کنید

$$y'' - 2y' + y = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ -1 & x \geq 1 \end{cases} \quad y(0) = y'(0) = 1$$

(۱۰ نمره)

سوال چهار. با استفاده از روش مقدار ویژه - بردار ویژه جواب عمومی دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} e^{2t} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(۱۵ نمره)

سوال پنج. (الف) اگر A ماتریس $n \times n$ باشد که $A^2 = \alpha A$ (α عدد ثابت) e^{At} را بیابید.

(ب) اگر A ماتریس 4×4 باشد که همگی درایه‌های آن برابر ۲ هستند e^{At} را بیابید.

(۱۰ نمره)

وقت: ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل

میان ترم (ترم دوم ۹۷-۸۷)

تذکر:

۱. برگه‌های پاسخنامه را را شماره‌گذاری کنید و پاسخ هر سوال را روی یک برگ بنویسید.

۲. فهم سوال بخشی از امتحان است از در طول امتحان سوال نفرمایید.

وقت: ۱۰۰ دقیقه

هر سوال ۹ نمره دارد

سوال یک.

جواب خصوصی معادله دیفرانسیل با شرط داده شده را بیابید.

$$(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy, \quad y(0) = 0$$

سوال دو.

جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{4\sqrt{y}}{\sqrt{1+x^2}} \tan^{-1} x$$

سوال سه. با استفاده از روش ضرایب نامعین جواب عمومی معادله زیر را بیابید.

$$y'' + 2y' + 2y = 2e^x \sin x + x^2$$

سوال چهار. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از روش تغییر پارامتر بیابید.

$$x^2 y'' + xy' + y = x^3$$

بسمه تعالی

امتحان معادلات دیفرانسیل

پایان ترم (ترم دوم ۰۸-۹۷)

وقت: ۱۲۰ دقیقه

سوال یک. با استفاده از روش سری‌ها جواب معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$x^2 y'' + x(x-1)y' - (3+2x)y = 0$$

(۱۵ نمره)

سوال دو. مطلوب است محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس $\ln \frac{s+3}{s+2}$

(۷ نمره)

سوال سه. مطلوب است محاسبه تبدیل معکوس لاپلاس $\frac{(s-2)e^{-s}}{s^2+4s+5}$

(۸ نمره)

سوال چهار. با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله زیر را حل کنید

$$y'' + 2y' + y = \begin{cases} x & 0 \leq x < 5 \\ 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

$$y(0) = y'(0) = 0$$

(۱۵ نمره)

سوال پنج. با استفاده از روش مقدار ویژه - بردار ویژه جواب عمومی دستگاه

معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} e^t \\ e^{-t} \\ e^{2t} \end{pmatrix}$$

(۱۵ نمره)

.....

سوال شش. اگر \mathbf{A} ماتریس $n \times n$ باشد که $\mathbf{A}^2 = \alpha \mathbf{A}$ (α عدد ثابت) $e^{\mathbf{A}t}$ را بیابید. (۵ نمره)

.....

بسمه تعالی

امتحان میان ترم معادلات دیفرانسیل (ترم دوم ۸۴)

۳۱/۱/۸۵

تذکرات:

- ۱- جواب هر سوال را در برگه مخصوص خود بنویسید.
- ۲- در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود.
- ۳- استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
- ۴- تلفن همراه خود را خاموش نگه دارید.

وقت: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نام استاد:

گروه درسی:

سوال یک	سوال دو	سوال سه	سوال چهار	جمع

سوال یک. معادله دیفرانسیل $y dx + x(xy^3 + 1) dy = 0$ را حل کنید.
(۱۵ نمره)

سوال دو. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y dx + (2x - xy + 2) dy = 0$ را به دست آورید.
(۱۵ نمره)

سوال سه. مطلوب است جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر

(۲۰ نمره)

$$y'' - \frac{3}{x}y' + \frac{3}{x^2}y = 2x - 1, \quad x > 0$$

سوال چهار. با استفاده از روش ضرایب نامعین فرم کلی جواب خاصی از معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (محاسبه ضرایب لازم نیست)
(۲۰ نمره)

$$y'' + 2y' = 1 + x \sinh(x) \cosh(x)$$

بسمه تعالی

امتحان پایان ترم معادلات دیفرانسیل (ترم دوم ۸۴)

۱۸/۳/۸۵

تذکرات:

- ۱- جواب هر سوال را در برگه مخصوص خود بنویسید.
- ۲- در طول امتحان به هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود.
- ۳- استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
- ۴- تلفن همراه خود را خاموش نگه دارید.

وقت: ۱۰۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نام استاد:

گروه درسی:

سوال یک	سوال دو	سوال سه	سوال چهار	سوال پنج	جمع

سوال یک. دستگاه معادله دیفرانسیل غیر همگن زیر را به روش مقدار ویژه-بردار ویژه حل کنید
(۳۰ نمره)

$$X' = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} X + e^{6t} \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

سوال دو. یک جواب به فرم سری فروبنیوس برای معادله دیفرانسیل زیر حول $x = 0$ به دست آورید.
(۳۰ نمره)

$$x^2 y'' + x(x - 3)y' + (4 - x)y = 0, \quad x > 0$$

سوال سه. معادله انتگرال زیر را حل کنید
(۲۰ نمره)

$$y(x) = x + \int_0^x e^u y'(x - u) \cos u \, du, \quad y(0) = 4$$

سوال چهار. تبدیل معکوس لاپلاس تابع زیر را بیابید
(۱۰ نمره)

$$\frac{e^{-2s}}{s^2 - 2s + 10}$$

سوال پنج. تبدیل لاپلاس تابع زیر را بیابید
(۱۰ نمره)

$$\int_{-x}^0 e^u (x + u)^{10} \, du$$