



دانشگاه پیام نور
دانشکده علوم پایه
استان چهارمحال بختیاری
مرکز شهرکرد

پایان نامه برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد
رشته ریاضی محض (جبر)
گروه ریاضی

تحت عنوان: شعاع طیفی فاصله‌ای گراف‌هایی با r راس آویخته

پژوهشگر: محبوبه انتشاری نجف‌آبادی

استاد راهنما: دکتر بیژن طائری

استاد مشاور: دکتر محمد جواد عطایی

شهریور ۱۳۹۱

چکیده

فرض کنید $G = (V, E)$ یک گراف ساده همبند با $|V| = n$ راس باشد. برای رئوس $u, v \in V$ ، فاصله d_{uv} برابر است با طول کوتاه‌ترین مسیری که دو راس را در G به هم متصل می‌کند. ماتریس $D(G) = (d_{uv})_{u,v \in V}$ یک ماتریس متقارن با مقادیر ویژه حقیقی است. شعاع طیفی فاصله‌ای $\rho(G)$ از گراف G ، بزرگ‌ترین مقدار ویژه از ماتریس فاصله‌ای $D(G)$ است. انرژی فاصله‌ای $E_D(G)$ را به صورت مجموع قدرمطلق تمام مقادیر ویژه‌ی ماتریس فاصله‌ی $D(G)$ تعریف می‌کنیم. هم‌چنین ζ_n^r را رده‌ی همه‌ی گراف‌های همبند از مرتبه‌ی n ، با r راس آویخته در نظر می‌گیریم. در این پایان‌نامه گراف یکتایی با شعاع طیفی فاصله‌ای مینیمم را در رده‌ی ζ_n^r و گراف یکتایی با شعاع طیفی فاصله‌ای ماکسیمم را به ازای $r \in \{2, 3, n-3, n-2, n-1\}$ ، در رده‌ی ζ_n^r مشخص می‌کنیم. هم‌چنین در ادامه به معرفی گراف‌های همبند ساده از مرتبه‌ی n ، با شعاع طیفی فاصله‌ای مینیمم در سه رده‌ی، گراف‌هایی با همبندی راسی معین، عدد جورسازی معین و عدد رنگی معین می‌پردازیم. سپس کران‌های پایینی برای $\rho(G)$ و کران بالایی برای $E_D(G)$ مشخص می‌کنیم.

مقالات زیر از منابع اصلی این پایان‌نامه هستند

- Bose. S.S, Nath. M and Paul. S, (2011). **Distance spectral radius of graphs with r pendant vertices.** Linear Algebra and its Applications. 435:2828-2836.
- Liu. Z, (2010). **On spectral radius of the distance matrix.** Appl. Anal. Discrete Math. 4:269-277.
- Indulal. G, (2009). **Sharp bounds on the distance spectral radius and the distance energy of graphs.** Linear Algebra and its Applications. 430:106-113.

رده‌بندی موضوعی:

05C50, 05C12

کلمات کلیدی:

ماتریس فاصله، شعاع طیفی فاصله‌ای، راس آویخته، انرژی فاصله‌ای، همبندی راسی، جورسازی، رنگ آمیزی گراف

فهرست مطالب

(I)	فهرست مطالب
۳	۱ مقدمه
۳	۱.۱ مفاهیم و تعاریف اولیه در گراف‌ها
۱۲	۲.۱ مفاهیم مقدماتی از جبر خطی
۲۰	۳.۱ نتایج مقدماتی درباره‌ی ماتریس فاصله‌ی گراف‌ها
۲۴	۲ شعاع طیفی فاصله‌ای گراف‌هایی با r راس آویخته
۲۴	۱.۲ تبدیلات روی گراف‌ها
۳۸	۲.۲ گراف‌های یکتایی با شعاع طیفی فاصله‌ای مینیمم در ζ_n^r
۳۹	۳.۲ گراف‌های یکتایی با شعاع طیفی فاصله‌ای ماکسیمم در ζ_n^r
۴۸	۳ شعاع طیفی ماتریس فاصله
۴۸	۱.۳ شعاع طیفی فاصله‌ای گراف‌ها با همبندی راسی معین
۵۳	۲.۳ شعاع طیفی فاصله‌ای گراف‌ها با عدد جورسازی معین
۶۰	۳.۳ شعاع طیفی فاصله‌ای گراف‌ها با عدد رنگی معین
۶۴	۴ بهترین کران ممکن برای شعاع طیفی فاصله‌ای و انرژی فاصله‌ای گراف‌ها
۶۴	۱.۴ کران‌هایی برای شعاع طیفی فاصله‌ای گراف
۷۰	۲.۴ کران بالایی برای انرژی فاصله‌ای
۷۴	منابع
۷۴	منابع
۷۶	واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی

۸۲

واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

۸۸

نمایه

۹۰

فهرست نمادها

۹۲

فهرست اسامی خاص

پیشگفتار

برای گراف ساده‌ی همبند G از مرتبه‌ی n ، ماتریس فاصله، ماتریسی متقارن و تحویل‌ناپذیر است. این ماتریس و مفاهیم مرتبط با آن مانند طیف فاصله (مجموعه‌ی مقادیر ویژه‌ی ماتریس فاصله)، شعاع طیفی فاصله‌ای و انرژی فاصله‌ای کاربردهای وسیعی در شیمی و دیگر شاخه‌های علوم دارد. امروزه بسیاری از پژوهشگران استفاده از شعاع طیفی فاصله‌ای را برای توصیف ساختارهای ملکولی مورد استفاده قرار می‌دهند. در مقالات [۳] و [۱۰] ثابت شده است که طیف فاصله‌ی درخت‌ها و گراف‌های تک‌دوری دقیقاً یک مقدار ویژه‌ی مثبت دارد و بنابراین انرژی فاصله‌ای برای درخت‌ها و گراف‌های تک‌دوری دو برابر شعاع طیفی فاصله‌ای آن‌ها است. بالابان^۱، در مقاله‌ی [۱] پیشنهاد کرد از شعاع طیفی فاصله‌ای به عنوان توصیف‌کننده ملکولی استفاده شود. همان زمان در [۶]، گاتمن^۲، شعاع طیفی فاصله‌ای را برای استنباط گسترده‌ی شاخه‌ای و مدل نقطه جوش آلکان‌ها به کار برد. اخیراً ژئو^۳ و تری نجستیک^۴ در مقالات [۱۷] و [۱۶] کران‌های بالا و پایینی را برای شعاع طیفی فاصله‌ای، برحسب تعداد رئوس، اندیس وینر و اندیس زاگرب به دست آورده‌اند. باپات^۵، در [۳] ارتباط‌های مختلف بین ماتریس فاصله و ماتریس لاپلاس گراف را نشان داد و در [۲] دترمینان و وارون ماتریس فاصله‌ی درخت‌های وزن‌دار و گراف‌های تک‌دور را محاسبه کرد. در [۱۴] سابهی و پاور^۶ ثابت کردند که بین درخت‌های n راسی ($n \geq 3$)، مسیر P_n دارای شعاع طیفی فاصله‌ای ماکسیمم است. به علاوه محققان دیگری ثابت کرده‌اند که ستاره‌ی S_n گراف یکتایی با شعاع طیفی فاصله‌ای می‌نیمم در بین درخت‌های n راسی است. همچنین در میان درخت‌هایی با درجه راس ماکسیمم Δ ، گراف جارو شعاع طیفی فاصله‌ای ماکسیمم را دارد.

در این پایان‌نامه به بحث درباره‌ی ماتریس فاصله‌ی گراف‌ها و مفاهیم مرتبط از جمله طیف فاصله، شعاع طیفی فاصله‌ای و انرژی فاصله‌ای می‌پردازیم. در اولین فصل به بیان تعاریف ابتدایی و همچنین قضایای اساسی و مفاهیم پایه‌ای مورد نیاز می‌پردازیم. در فصل دوم ابتدا تبدیلاتی را بررسی می‌کنیم که به کمک آن‌ها بتوان شعاع طیفی

^۱Balaban

^۲Gatman

^۳Zhou

^۴Trinajstik

^۵Bapat

^۶Subhi and Powers

فاصله‌ای درخت را کاهش یا افزایش داد. سپس یک گراف یکتا با شعاع طیفی فاصله‌ای مینیمم را در رده‌ی ζ_n^r ، و همین‌طور برای $r = \{2, 3, n-3, n-2, n-1\}$ ، یک گراف یکتا با شعاع طیفی فاصله‌ای ماکسیمم را در رده‌ی ζ_n^r ، مشخص می‌کنیم. در فصل سوم به معرفی گراف‌های همبند ساده‌ی n راسی با شعاع طیفی فاصله‌ای مینیمم، به ترتیب در سه رده‌ی، گراف‌هایی با همبندی راسی معین، عدد جورسازی معین و عدد رنگی معین، می‌پردازیم. در چهارمین فصل کران‌های پایینی برای $\rho(G)$ پیدا کرده و هم‌چنین کران بالایی برای $E_D(G)$ مشخص می‌کنیم.