



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

گراف‌های کیلی صحیح روی گروه‌های آبدلی

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی محض (جبر)

کاظم شکری

استاد راهنما

دکتر بیژن طائری

۱۳۹۰

فهرست مطالب

(I)	فهرست مطالب
۱	۱ مقدمه
۱	۱.۱ تاریخچه
۳	۲.۱ شبکه
۶	۳.۱ جبر بول
۹	۴.۱ نمایش‌های جایگشتی و خطی
۱۳	۵.۱ نمایش ماتریسی
۱۸	۶.۱ کاملاً تحویل‌پذیری
۲۲	۷.۱ سرشت گروه آبلی
۲۶	۲ طیف گرافها
۲۶	۱.۲ تعاریف اولیه
۳۲	۲.۲ طیف گراف
۳۵	۳.۲ طیف خانواده‌هایی از گرافها
۴۶	۳ گراف کیلی
۴۶	۱.۳ گراف کیلی روی گروه ضربی
۴۹	۲.۳ گراف‌های راس متعدی
۵۱	۳.۳ گراف کیلی روی گروه جمعی
۵۵	۴ گراف‌های کیلی صحیح روی گروه‌های آبلی
۵۵	۱.۴ زیرمجموعه‌های صحیح

۵۹	خواص گراف کیلی صحیح روی گروه آبله
۶۳	گراف همینگ
۶۷	گراف سودوکو
۷۰	گراف مربع لاتین سراسر قطری

۷۳ واژه‌نامه‌ی انگلیسی به فارسی

۷۸ واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی

۸۴ منابع

۸۶ نمایه

۸۹ فهرست نمادها

چکیده:

فرض کنید S یک زیرمجموعه از گروه جمعی متناهی G باشد به طوری که $0 \notin S$ و $-S = S$. در این صورت S را یک زیرمجموعه کیلی از G می‌نامیم. گراف کیلی $\Gamma = \text{cay}(G, S)$ گرافی با مجموعه رئوس G است. در این گراف دو راس a و b مجاورند اگر و تنها اگر $a - b \in S$. اگر هر مقدار ویژه‌ی یک گراف عدد صحیح باشد، آن‌گاه گراف را صحیح می‌نامیم. هم‌چنین در صورتی که به ازای هر زیرمجموعه کیلی S از G ، گراف کیلی $\Gamma = \text{Cay}(G, S)$ صحیح باشد، آن‌گاه گروه G را صحیح کیلی می‌نامیم.

در این پایان نامه ثابت می‌کنیم اگر S متعلق به جبر بولی $B(G)$ باشد، آن‌گاه گراف کیلی $\Gamma = \text{Cay}(G, S)$ صحیح است و اگر گروه G صحیح کیلی باشد، آن‌گاه برای هر $a \in G$ ، $a \neq 0$ داریم، $|a| \in \{2, 3, 4, 6\}$. که $|a|$ در آن مرتبه‌ی a را نشان می‌دهد.

هم‌چنین نشان می‌دهیم همه‌ی گروه‌های آبدلی (غیربدیهی) صحیح کیلی توسط یکی از حالات زیر بیان می‌شوند.

$$\mathbb{Z}_n^2, \mathbb{Z}_n^3, \mathbb{Z}_m^4, \mathbb{Z}_m^2 \times \mathbb{Z}_n^4, \mathbb{Z}_m^2 \times \mathbb{Z}_n^3, \quad n \geq 1, m \geq 1.$$

در این پایان نامه گراف همینگ، گراف سودوکو، گراف سودوکوی مکانی و گراف مربع لاتین سراسر قطری را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم این گراف‌ها، گراف‌های کیلی صحیح هستند. مرجع زیر یکی از منابع اصلی این پایان نامه است.

Klotz, W., Sander, T. *Integral Cayley graphs over abelian groups. Electronic J. Combinatorics* 17

(2010) R81, 1-13.

رده‌بندی موضوعی: 05C25، 05C50

کلمات کلیدی: گراف کیلی، گراف صحیح، گروه صحیح کیلی، گراف همینگ، گراف سودوکو، گراف سودوکوی مکانی و گراف مربع لاتین سراسر قطری