



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده علوم ریاضی

گراف متناظر رده‌های مزدوجی یک گروه متناهی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد ریاضی محض

هادی احمدی

استاد راهنما

دکتر بیژن طائری

فهرست مطالب

۱	فصل اول دیباچه
۱	۱-۱ پیشینه‌ی تاریخی
۳	۲-۱ تعاریف و قضایای مورد نیاز
۳۸	فصل دوم حاصل ضرب رده‌های مزدوجی یک گروه متناهی
۳۹	۱-۲ حاصل ضرب رده‌های مزدوجی p -گروه متناهی
۴۸	۲-۲ مثال‌هایی از حاصل ضرب رده‌های مزدوجی یک p -گروه متناهی
۴۹	۳-۲ حاصل ضرب دو رده‌ی مزدوجی از یک گروه متناهی دل‌خواه
۵۶	۴-۲ مثال‌هایی از حاصل ضرب رده‌های مزدوجی یک گروه متناهی
۶۰	فصل سوم گراف متناظر رده‌های مزدوجی یک گروه متناهی
۶۱	۱-۳ گروه‌های فروبنیوس و شبه‌فروبنیوس
۶۸	۲-۳ مشخصه‌سازی گراف گروه‌های شبه‌فروبنیوس با هسته و متمم آبلی
۸۶	فصل چهارم گروه‌های متناهی با گراف فاقد مثلث
۸۶	۱-۴ گراف گروه‌های حل‌پذیر
۹۰	۲-۴ گراف گروه‌های غیرحل‌پذیر
۹۳	۳-۴ رده‌بندی گروه‌های متناهی با گراف فاقد مثلث
۱۰۲	مراجع
۱۰۵	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۱۱۰	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی

چکیده:

فرض کنیم G یک گروه متناهی و $[a]_G$ و $[b]_G$ دوره‌ی مزدوجی آن باشند. حاصل ضرب این دوره‌ی مزدوجی را به صورت $[a]_G[b]_G = \{xy \mid x \in [a]_G, y \in [b]_G\}$ تعریف می‌کنیم. نشان می‌دهیم هرگاه G یک گروه متناهی دل‌خواه و $[a]_G$ و $[b]_G$ دوره‌ی مزدوجی آن با خاصیت $C_G(a) = C_G(b)$ باشند، آن‌گاه $[a]_G[b]_G = [ab]_G$ اگر و تنها اگر $[a, G] = [b, G] = [ab, G]$ و $[a, G]$ زیرگروه نرمالی از گروه G باشد. هم‌چنین اگر $\gcd(|[a]_G|, |[b]_G|) = 1$ آن‌گاه داریم $[a]_G[b]_G = [ab]_G$.

گراف متناظرده‌های مزدوجی گروه متناهی G به صورت زیر تعریف می‌شود؛ رأس‌های این گراف عبارت‌اند از رده‌های مزدوجی غیرمرکزی گروه G و دورأس C و D توسط یالی به هم وصل می‌شوند، هرگاه $\gcd(|C|, |D|) > 1$. این گراف را با $\Gamma(G)$ ، تعداد مؤلفه‌های آن را با $n(\Gamma(G))$ و قطر آن را با $d(\Gamma(G))$ نمایش می‌دهیم. برای هر گروه متناهی G داریم $n(\Gamma(G)) \leq 2$. گروه متناهی G ، شبه‌فروبنیوس با هسته‌ی آبلی و متمم آبلی است اگر و تنها اگر $n(\Gamma(G)) = 2$. نشان می‌دهیم که اگر این گراف همبند باشد $d(\Gamma(G)) \leq 4$ و گراف گروه متناهی G فاقد مثلث است اگر و تنها اگر با یکی از گروه‌های S_3 ، گروه دووجهی D_5 ، سه گروه غیرآبلی از مرتبه‌ی ۱۲ و گروه غیرآبلی از مرتبه‌ی ۲۱، یک‌ریخت باشد.