۴-۱) بردار سرعت مولفه های $\hat{i}$ و $\hat{j}$ و $\hat{k}$ دارد که نشان دهنده سه بعد است.
پس جریان ۳ بعدی است. متغیر زمان (t) در عبارت x و z وجود دارد که نشان
می دهد سرعت تابعی از زمان است پس جریان ناپایدار (غیرماندگار) است.

گزینه ۳) جریان سه بعدی غیرماندگار

1-8

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i u}{g h}$$

با توجه به جدول:

$i \doteq LT^{-1} \doteq u$ هم‌بعد سرعت در x

$g \doteq LT^{-2}$ شتاب ثقل

$h \doteq L \doteq x$ جابجایی

$t \doteq T$ زمان

(5)

$$\Rightarrow \frac{1}{LT^{-2}}\frac{LT^{-1}}{T} + \frac{LT^{-1}}{LT^{-2}}\frac{LT^{-1}}{L} + \frac{L}{L} = \frac{(LT^{-1})(LT^{-1})}{(L)(LT^{-2})}$$

$$\frac{LT^{-1}}{LT^{-1}} \quad (1) \qquad \frac{L^2T^{-2}}{L^2T^{-2}} \quad (1)$$

$\Rightarrow$

* رابطه‌ی بالا از لحاظ ابعادی همگن است.

۱۲- $\Delta h \doteq L \quad D \doteq L \quad \gamma \doteq FL^{-3} \quad \sigma \doteq FL^{-1}$

(الف) $\frac{\Delta h}{D} \doteq f\left[\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right] \Rightarrow \frac{L}{L} \doteq \frac{FL^{-1}}{FL^{-3}L^2} \Rightarrow 1 \doteq 1$ کمیت است

(ب) $\Delta h\sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}} = \varepsilon\left[\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right] \Rightarrow L\left[\frac{FL^{-3}}{FL^{-1}}\right]^{\frac{1}{2}} \doteq \frac{FL^{-1}}{FL^{-3}L^2} \Rightarrow 1 \doteq 1$ کمیت است

(ج) $\Delta h = D\varepsilon\left[\frac{\gamma D^2}{\sigma}\right] \Rightarrow L \doteq L\left[\frac{FL^{-3}L^2}{FL^{-1}}\right] \Rightarrow 1 \doteq 1$ کمیت است

(1-17

$$Q = C\sqrt{2g}\; B\left(H + \frac{V^2}{2g}\right)^{3/2}$$

$$\frac{L^3}{T} \doteq \sqrt{\frac{L}{T^2}}\; XL\left(L + \frac{\left(\frac{L}{T}\right)^2}{\frac{L}{T^2}}\right)^{3/2}$$

$$\frac{L^3}{T} = \frac{L^{1/2}}{T} XL\left(L + L\right)^{3/2} \Rightarrow \frac{L^{1/2}}{T} \times \left(2L\right)^{3/2} XL$$

$$\frac{L^{1/2} \times L^{3/2} \times L^1}{T} = \frac{L^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{2}{2}}}{T} = \frac{L^{\frac{6}{2}=3}}{T} \doteq \frac{L^3}{T}$$

(5)

(4) همان‌طور که دیدید هر سه سیستم هم‌ارز است.

سوال ۲۱-۱ : به فرض همگن بودن رابطه ، بعد ϕ را بیابید

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} \doteq \frac{\phi}{L^4} \doteq \phi(L^{-4})$$

$$\phi \doteq L^3 T^{-1} \quad \text{و} \quad \phi L^{-4} \doteq L^{-1} T^{-1}$$ (5)

$$(۱-۲) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \doteq \frac{(LT^{-1})}{(L^2)} \doteq L^{-1} T^{-1}$$

۱-۲۶ وزن مخصوص آب در $15.6^\circ C = 9794\ N/m^3$

$$\forall_w = \frac{2000}{9794} = 0.204\ m^3$$

$$\gamma_s = \frac{5.04 \times 10^4}{0.204} = 247255\ N/m^3$$

(5)

$$\rho_s = \frac{24725}{9.81} = 2520\ kg/m^3$$

$$SG = \frac{2520}{1000} = 2.520$$

$$\mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d}{dy}\left[-\frac{1}{2}\frac{y}{\mu}\frac{dp}{dx}(Hy - y^2) + U_t \frac{y}{H}\right]$$

$$= -\frac{y}{2}\frac{dp}{dx}(H - 2y) + \mu \frac{U_t}{H} \checkmark$$

$$\tau_u = -\frac{y_u}{2}\frac{dp}{dx}(H - 2H) + \frac{\mu U_t}{H}$$

$$\tau_d = -\frac{y}{2}\frac{dp}{dx}(H - 0) + \frac{\mu U_t}{H}$$

$$\tau_u = \frac{y\,dp}{2\,dx}H + \frac{\mu U_t}{H} \checkmark$$

$$\tau_d = -\frac{y}{2}\frac{dp}{dx}H + \frac{\mu U_t}{H} \checkmark$$

(5)

$\sum F = ma$, $W = mg = 2 \cdot 1 = 19,4 \, N$, $\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{\Sigma - 0}{0.005} = 2000 \mu \, N/m^2$

$A_p = \pi D L = 0.4 \pi \, m^2$

$\Rightarrow 19,4 - (2000 \mu \times 0.4 \pi) = 2 \times 1 \Rightarrow \mu = 0.1 \, Pa.s$

(5)

$$E\ \tilde{v} = \frac{dP}{d\rho/\rho} \cong \frac{\Delta P}{\Delta\rho/\rho} \quad ، \quad (2{,}20 \times 10^{9}\ Pa) = \frac{(10 \times 10^{6}\ Pa)}{\Delta\rho/\rho} \quad ، \quad \frac{\Delta\rho}{\rho} = 0{,}004$$

۲۵-۱: گزینه‌ی (۴)

۴۳-۱) مقدار فشار بخار آب در دمای ۲۰° برابر ۲/۳۴ kPa است. چون فشار در ظرف دربسته کمتر از فشار بخار آب است؛ ظرف زیر اتفاق می‌افتد،

$$c = \sqrt{\frac{E_{\text{نفت}}}{\rho_{\text{نفت}}}} = \sqrt{\frac{1,43 \times 10^9}{0.804 \times 998,2}} = 1341,3 \ m/s$$

۵۹-۱

$$\rho_{\text{نفت}} = \rho_w \times S$$

۶۷-۱

$\rho_{\text{فولاد}} = 7800\ kg/m^3$ / $\rho_{\text{آلومینیم}} = 2700\ kg/m^3$ / $g = 9.81\ m/s^2$

اگر مانند شکل زیر کره‌های فولادی و آلومینیمی با قطر یکسان در سطح آب رها شوند، کدام یک در آب فرو می‌رود؟ قطر کره‌ها را در حالت تعادل محاسبه کنید.

$$F_b = w \rightarrow \sigma \times l = \gamma \forall \rightarrow \sigma \times (\pi D) = \gamma \forall = \rho g \forall$$

در حالتی که توپ از جنس فولاد باشد $\rightarrow$ $\sigma \times \pi \times D = \rho g \frac{\pi}{6} D^3 \rightarrow D = \sqrt{\frac{6\sigma}{\rho g}} \rightarrow$

$$D = \sqrt{\frac{6 \times 0.073}{7800 \times 9.81}} = 2.39 \times 10^{-3}\ (m) = 2.39\ (mm)$$ ✓

در حالتی که توپ از جنس آلومینیم باشد $\rightarrow$ $\sigma \times \pi \times D = \rho g \frac{\pi}{6} D^3 \rightarrow D = \sqrt{\frac{6\sigma}{\rho g}}$

$$D = \sqrt{\frac{6 \times 0.073}{2700 \times 9.81}} = 4.06 \times 10^{-3}\ (m) = 4.06\ (mm)$$ ✓ (5)

$$\begin{cases} dP_S = V_c dF = (r\omega)dF = r\omega(\tau dA) \\ \tau = \mu \frac{du}{dr} = \mu \frac{V}{\Delta r} = \mu \frac{r\omega}{E} \\ dA = 2\pi r ol_S = 2\pi r\left[\frac{dr}{\sin(\frac{\alpha}{2})}\right] = \frac{2\pi r dr}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \end{cases}$$

$$\left[\frac{\alpha}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{40mm}{120mm}\right) = 18,44^\circ\right]$$

$$dP_S = r\omega\left(\mu\frac{r\omega}{t}\right)\left(\frac{2\pi r dr}{\sin 18,44}\right) = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t\sin(18,44)} r^3 dr$$

$$P_S = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t\sin 18,44}\int_{R_d}^{R_u} r^3 dr = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t\sin 18,44}\left(R_u^4 - R_d^4\right) \checkmark$$

$$dP_a = V_c dF = r\omega dF = \tau dA = r\omega\left(\mu\frac{r\omega}{t}\right)(2\pi r dr) = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t} r^3 dr$$

$$P_a = \frac{2\pi\omega^2\mu}{t}\left(\int_0^{R_u} r^3 dr + \int_0^{R_d} r^3 dr\right) = \frac{\pi\omega^2\mu}{2t}\left(R_u^4 + R_d^4\right) \checkmark$$

توان سطوح بالا و پائین محفظه

$$P = \frac{\pi[200]^2(0/1)}{2(0/00012)}\left\{\frac{[(0/06)^4 - (0/02)^4]}{\sin 18,44} + [(0/06)^4 + (0/02)^4]\right\} \rightarrow P = 280,6W \checkmark$$

توان در دمای 20°

$$P_{80} = P_{20}\frac{\mu_{80}}{\mu_{20}} = (280,58W)\frac{0/00378 Pa.S}{0/1 Pa.S} \rightarrow P_{80} = 21,9W \checkmark$$

توان مصرفی در دمای 80°