۲-۱ کدامیک از گزینه‌های زیر نشان‌دهنده‌ی جریان یک‌بعدی است؟

۱) جریان هوا در داخل یک لوله‌ی مستقیم
۲) جریان هوا که از روی یک اتومبیل می‌گذرد
۳) جریان هوا که از اطراف یک خانه می‌گذرد
۴) جریان هوا که از اطراف یک لوله می‌گذرد

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۱)**. جریان یک‌بعدی جریانی است که دارای یک مولفه‌ی سرعت است و دو مولفه‌ی دیگر آن ناچیز فرض می‌شود. **غیر از گزینه‌ی (۱) که جریان می‌تواند به‌صورت یک‌بعدی وجود داشته باشد**، در بقیه‌ی گزینه‌ها ممکن است جدایی جریان اتفاق افتد و لذا جریان دو یا سه‌بعدی خواهد شد.

**۱ - ۴، م ک، ۸۶** نوع رابطه‌ی جریان به‌صورت رابطه‌ی سرعت به صورت زیر بیان شده است:

$$\vec{v} = 4zt\hat{i} + 3x\hat{j}$$

نوع جریان چه می‌باشد؟

۱) جریان دوبعدی، غیرماندگار و غیریکنواخت ۲) جریان دوبعدی، ماندگار و غیریکنواخت

۳) جریان سه‌بعدی، ماندگار و غیریکنواخت ۴) جریان سه‌بعدی، غیرماندگار و یکنواخت

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۱)**. با توجه به بردار سرعت، مولفه‌های آن به‌صورت زیر در می‌آید:

$$u = 4zt \quad ; \quad v = 3x \quad ; \quad w = 0$$

در این مولفه‌ها دو بعد $x$ و $z$ وجود دارد و لذا **جریان دوبعدی است**. متغیر زمان $t$ نیز نیز وجود دارد و سرعت تابع زمان است و لذا جریان ناپایدار (ناماندگار) است. همچنین، مقادیر سرعت با تغییر مختصات ثابت نیست و لذا **جریان غیریکنواخت است**.

۶-۱ با استفاده از جداول تبدیل واحد، مقادیر زیر را از سیستم واحد مربوطه به سیستم دیگر تبدیل کنید (یعنی چنانچه سیستم واحد آن متریک است به سیستم انگلیسی تبدیل شود و برعکس):

(الف) ۱۴/۲ $km$ (ب) ۸/۱۴ $N/m^3$ (ج) ۱۶۰ $acre$ (د) ۷۴۲ $Btu$

**پاسخ:**

مطابق جداول (پ-۱) و (پ-۲) می‌توان ضریب‌های تبدیل از سیستم $SI$ به $BG$ و بالعکس را به‌صورت زیر بدست آورد:

**(الف)**

$$(14.2\,km)\left(1000\frac{m}{km}\right)\left(3.281\frac{ft}{m}\right)=\underline{\underline{46590.2\quad ft}}$$

**(ب)**

$$\left(8.14\frac{N}{m^3}\right)\left(6.366\times10^{-3}\frac{lb/ft^3}{N/m^3}\right)=\underline{\underline{5.18\times10^{-2}\quad lb/ft^3}}$$

**(ج)**

$$(160\,acre)\left(4046.873\frac{m^2}{acre}\right)=\underline{\underline{6.47\times10^{5}\quad m^2}}$$

**(د)**

$$(742\,Btu)\left(1.055\times10^{3}\frac{J}{Btu}\right)=\underline{\underline{7.83\times10^{5}\quad J}}$$

۸-۱ آیا رابطه‌ی زیر به لحاظ ابعادی همگن است؟

$$\frac{1}{g}\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{u}{g}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial h}{\partial x}=\frac{iu}{gh}$$

که در آن $g$ شتاب ثقل، $u$ مولفه‌ی سرعت در راستای محور $x$، $t$ زمان، $h$ عمق جریان و $i$ معرف بارندگی (عمق آب در زمان) است.

**پاسخ:**

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad u \doteq i \doteq LT^{-1} \quad ; \quad t \doteq T \quad ; \quad x \doteq h \doteq L$$

$$\frac{1}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(T)}+\frac{\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)}\frac{\left(LT^{-1}\right)}{(L)}+\frac{(L)}{(L)}=\frac{\left(LT^{-1}\right)\left(LT^{-1}\right)}{\left(LT^{-2}\right)(L)} \quad ; \quad F^0L^0T^0 \doteq F^0L^0T^0$$

با توجه به رابطه‌ی بالا مشخص است که دوطرف رابطه‌ی فوق بی‌بعد است و این رابطه به لحاظ ابعادی **همگن است**.

۱-۱۰ آیا رابطه‌ی زیر به لحاظ ابعادی همگن است؟

$$D = 0.66\left[\varepsilon^{1.25}\left(\frac{\ell Q^2}{g h_f}\right)^{4.75} + \upsilon Q^{9.4}\left(\frac{\ell}{g h_f}\right)^{5.2}\right]^{0.04}$$

که در آن $D$ قطر، $\varepsilon$ ارتفاع زبری، $\ell$ طول لوله، $Q$ دبی جریان (حجم در زمان)، $g$ شتاب ثقل، $h_f$ افت هد (از جنس ارتفاع) و $\upsilon$ لزجت سینماتیکی است.

**پاسخ:**

**(الف)** با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$D \doteq \varepsilon \doteq \ell \doteq h_f \doteq L \quad ; \quad Q \doteq L^3T^{-1} \quad ; \quad g \doteq LT^{-2} \quad ; \quad \upsilon \doteq L^2T^{-1}$$

$$(L) \doteq \left\{(L)^{1.25}\left[\frac{(L)\left(L^3T^{-1}\right)^2}{\left(LT^{-2}\right)(L)}\right]^{4.75} + \left(L^2T^{-1}\right)\left(L^3T^{-1}\right)^{9.4}\left[\frac{(L)}{\left(LT^{-2}\right)(L)}\right]^{5.2}\right\}^{0.04}$$

$$L \doteq \left\{(L)^{1.25}(L)^{5\times4.75} + \left(L^2T^{-1}\right)\left(L^{3\times9.4}\right)\left(T^{-1\times9.4}\right)\left[\left(L^{-1\times5.2}\right)\left(T^{2\times5.2}\right)\right]^{5.2}\right\}^{0.04}$$

$$L \doteq \left\{\left(L^{25}\right) + \left(L^{30.2}\right)\left(T^{-10.4}\right)\left[\left(L^{-5.2}\right)\left(T^{10.4}\right)\right]\right\}^{0.04} = \left[\left(L^{25}\right) + \left(L^{25}\right)\right]^{0.04} \doteq L$$

با توجه به رابطه‌ی بالا مشخص است که این رابطه به لحاظ ابعادی **همگن است**، زیرا در دو طرف تساوی ابعاد یکسان است.

**۱ - ۱۲، مع، ۸۲** ارتفاع صعود مایع در یک لوله مویینه دایروی ($\Delta h$)، تابع قطر لوله ($D$)، وزن مخصوص مایع ($\gamma$) وکشش سطحی ($\sigma$) است. سه رابطه‌ی زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه روابط داده شده، می‌توانند رابطه‌های مناسب برای بیان ارتباط بین پارامترهای بدون بعد موثر بر این پدیده باشند؟ ($f$، $\zeta$ و $\xi$ نماد تابع می‌باشند)

۱) $\frac{\Delta h}{D} = f\left(\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right)$ ۲) $\Delta h\sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}} = \zeta\left(\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right)$ ۳) $\Delta h = D\,\xi\left(\frac{\gamma D^2}{\sigma}\right)$

۱) فقط رابطه‌ی (۱). ۲) فقط رابطه‌ی (۱) و (۳)

۳) رابطه‌های (۱)، (۲) و (۳) ۴) هیچکدام از رابطه‌های (۱)، (۲) و یا (۳)

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۳)**. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌های بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\Delta h \doteq D \doteq L \quad ; \quad \gamma \doteq FL^{-3} \quad ; \quad \sigma \doteq FL^{-1}$$

$$\Delta h = D\,\xi\left(\frac{\gamma D^2}{\sigma}\right) \quad ; \quad (L) \doteq (L)\left[\frac{\left(FL^{-3}\right)(L)^2}{\left(FL^{-1}\right)}\right] \doteq (L)$$

$$\Delta h\sqrt{\frac{\gamma}{\sigma}} = \zeta\left(\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right) \quad ; \quad (L)\left(\frac{FL^{-3}}{FL^{-1}}\right)^{1/2} \doteq \left[\frac{\left(FL^{-1}\right)}{\left(FL^{-3}\right)(L)^2}\right] \quad ; \quad (L)\left(L^{-1}\right) \doteq F^0L^0T^0$$

$$F^0L^0T^0 \doteq F^0L^0T^0$$

$$\frac{\Delta h}{D} = f\left(\frac{\sigma}{\gamma D^2}\right) \quad ; \quad \frac{(L)}{(L)} \doteq \left[\frac{\left(FL^{-1}\right)}{\left(FL^{-3}\right)(L)^2}\right] \quad ; \quad F^0L^0T^0 \doteq F^0L^0T^0$$

با توجه به رابطه‌ی بالا مشخص است که هر سه رابطه به لحاظ ابعادی همگن است.

**۱-۱۴، مع، ۸۱** مقدار دبی عبوری سیال از یک روزنه، $Q$ (حجم در زمان)، به چگالی سیال، $\rho$، قطر روزنه، $d$، و اختلاف فشار، $\Delta p$، بستگی دارد. با استفاده از تحلیل ابعادی نشان دهید که رابطه‌ی دبی با کدام گزینه برابر است؟ ($k$ ضریب بدون بعد است)

۱) $Q = \frac{k}{d}\frac{\Delta p}{\rho}$ ۲) $Q = kd^2\frac{\Delta p}{\rho}$ ۳) $Q = \frac{k}{d}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$ ۴) $Q = kd^2\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۴)**. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌های بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$Q \doteq L^3T^{-1} \quad ; \quad d \doteq L \quad ; \quad \Delta p \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2$$

$$Q = \frac{k}{d}\frac{\Delta p}{\rho} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq \frac{1}{(L)}\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^2\right)} \quad ; \quad L^3T^{-1} \doteq \frac{1}{(L)}\left(L^2\right)\left(T^{-2}\right) \neq LT^{-2}$$

$$Q = kd^2\frac{\Delta p}{\rho} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq (L)^2\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^2\right)} \quad ; \quad L^3T^{-1} \doteq \left(L^2\right)\left(L^2T^{-2}\right) \neq L^4T^{-2}$$

$$Q = \frac{k}{d}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq \frac{1}{(L)}\left[\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^2\right)}\right]^{1/2} \quad ; \quad L^3T^{-1} \doteq \frac{1}{(L)}\left[(L)\left(T^{-1}\right)\right] \neq T^{-1}$$

$$Q = kd^2\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}} \quad ; \quad \left(L^3T^{-1}\right) \doteq (L)^2\left[\frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^2\right)}\right]^{1/2} \quad ; \quad L^3T^{-1} \doteq \left(L^2\right)\left[(L)\left(T^{-1}\right)\right] = L^3T^{-1}$$

**۱ - ۱۶، مع، ۸۴** عدد بدون بعد با ترکیب پارامترهای افت فشار ($\Delta p$)، قطر ($D$)، چگالی ($\rho$)، سرعت دورانی ($\omega$) و دبی عبوری ($Q$)، برابر است با:

۱) $\frac{\rho \Delta p}{D^2 \omega^2}$ ۲) $\frac{\rho \omega^2}{\Delta p D^2}$ ۳) $\frac{\Delta p \omega^2}{\rho D^2}$ ۴) $\frac{\Delta p}{\rho D^2 \omega^2}$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۴)**. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌های بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\Delta p \doteq FL^{-2} \quad ; \quad \rho \doteq FL^{-4}T^2 \quad ; \quad d \doteq L \quad ; \quad \omega \doteq T^{-1}$$

$$\frac{\rho \Delta p}{D^2 \omega^2} \doteq \frac{\left(FL^{-4}T^2\right)\left(FL^{-2}\right)}{(L)^2\left(T^{-1}\right)^2} \doteq \frac{F^2L^{-6}T^2}{L^2T^{-2}} \doteq F^2L^{-8}T^4$$

$$\frac{\rho \omega^2}{\Delta p D^2} \doteq \frac{\left(FL^{-4}T^2\right)\left(T^{-1}\right)^2}{\left(FL^{-2}\right)(L)^2} \doteq \frac{FL^{-4}}{F} \doteq L^{-4}$$

$$\frac{\Delta p \omega^2}{\rho D^2} \doteq \frac{\left(FL^{-2}\right)\left(T^{-1}\right)^2}{\left(FL^{-4}T^2\right)(L)^2} \doteq \frac{FL^{-2}T^{-2}}{FL^{-2}T^2} \doteq T^{-4}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho D^2 \omega^2} \doteq \frac{\left(FL^{-2}\right)}{\left(FL^{-4}T^2\right)(L)^2\left(T^{-1}\right)^2} \doteq \frac{FL^{-2}}{FL^{-2}} \doteq F^0L^0T^0$$

۱-۱۸ در رابطه‌ی همگن زیر، بعد ضریب‌های $A$ و $B$ را بدست آورید:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + A\frac{\partial x}{\partial t} + Bx = 0$$

که در آن $x$ طول و $t$ زمان است.

**پاسخ:**

با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد ترم‌های مختلف و دو طرف رابطه‌ی بالا به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$x \doteq L \quad ; \quad t \doteq T^1$$

$$\frac{L}{T^2} + A\frac{L}{T} + B(L) = 0$$

باتوجه به اینکه کلیه‌ی ترم‌های رابطه‌ی فوق باید بی‌بعد باشند، بعدهای ضریب‌های $A$ و $B$ به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$A \doteq \frac{LT^{-2}}{LT^{-1}} \doteq \underline{\underline{T^{-1}}} \quad ; \quad B \doteq \frac{LT^{-2}}{L} \doteq \underline{\underline{T^{-2}}}$$

**۱-۲۰** رابطه‌ی ناویر- استوکس در جهت محور $x$ به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+A\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)$$

که در آن $u$ و $v$ و $w$ به‌ترتیب مولفه‌های سرعت در راستای سه محور $x$ و $y$ و $z$، $p$ فشار و $\rho$ چگالی سیال است. بعد ضریب $A$ در رابطه‌ی بالا شبیه چه خاصیتی از سیال است؟

**پاسخ:**

به‌طور کلی، رابطه‌ای همگن است که کلیه‌ی ترم‌های رابطه که باهم جمع می‌شود باید دارای بعدی یکسان باشند. با استفاده از جدول (۱-۱) ابعاد دو ترم رابطه‌ی فوق و از آنجا بعد ضریب $A$ به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}\doteq\dfrac{LT^{-1}}{T}\doteq LT^{-2}\\ A\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\doteq A\dfrac{LT^{-1}}{L^2}\doteq A\left(L^{-1}T^{-1}\right)\end{cases}\quad;\quad A\doteq\frac{LT^{-2}}{L^{-1}T^{-1}}\doteq L^2T^{-1}$$

**بعد ضریب $A$ شبیه بعد لزجت سینماتیکی است.**

۱-۲۲ یک بالن کروی با قطر ۶ متر از گاز هلیم $20^{\circ}C$ و فشار مطلق $200\ kPa$ پر شده است. جرم گاز هلیم را تعیین کنید.

**پاسخ:**

فرض می‌شود که هلیم گاز ایده‌آل است. مقدار ثابت گاز هلیم از جدول (پ-۴) پیوست برابر $2/077\times10^{3}\ J.kg/K$ بدست می‌آید. حجم بالن و از آنجا جرم گاز هلیم از رابطه‌ی (۱-۱۴) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\forall = \frac{\pi}{6}D^3 = \frac{\pi}{6}(6m)^3 = 113.1m^3$$

$$\rho = \frac{m}{\forall} = \frac{p}{RT} \quad ; \quad \frac{m}{113.1m^3} = \frac{200\times10^3\ Pa}{(2.077\times10^3\ J.kg/K)(20+273)K} \quad ; \quad \underline{\underline{m = 37.2\ \ kg}}$$

۱-۲۴ محفظه‌ای با دیواره‌های صلب حاوی $9/1\ kg$ هوای $21^{\circ}C$ در فشار $137/9\ kN/m^2$ است. مقدار هوایی که لازم است به محفظه اضافه شود تا دما و فشار آن به‌ترتیب به $32/2^{\circ}C$ و $241/3\ kN/m^2$ برسد، محاسبه کنید.

**پاسخ:**

اگر هوا به‌عنوان گاز ایده‌آل درنظر گرفته شود و حجم تانک ثابت فرض شود، مقدار حجم اولیه با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۲) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$p = \rho RT = \frac{m}{\forall} RT \quad ; \quad \forall = \frac{m_1 RT_1}{p_1}$$

$$\forall = \frac{m_1 RT_1}{p_1} = \frac{(9.1kg)(0.287kPa.m^3/kg.K)(294K)}{(137.9kPa)} = 5.56m^3$$

با توجه به اینکه حجم تانک ثابت است، لذا جرم ثانویه هوا به صورت زیر بدست می‌آید:

$$m_2 = \frac{p_2 \forall}{RT_2} = \frac{(241.3kPa)(5.56m^3)}{(0.287kPa.m^3/kg.K)(305.2K)} = 15.32kg$$

بنابراین T مقدار هوایی که بایستی افزوده شود از تفاضل دو جرم اولیه و نهایی بدست می‌آید:

$$\Delta m = (15.32kg) - (9.1kg) \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta m = 6.21 \quad kg}}$$

**۱-۲۶** یک قطعه سنگ به وزن $5/56\ kN$ هنگامی‌که در آب فرو می‌رود، $2\ kN$ آب را جابجا می‌کند. اگر دمای آب $15/6^{\circ}C$ باشد، چگالی، چگالی نسبی و وزن مخصوص سنگ را محاسبه کنید.

**تذکر:** با فرورفتن سنگ در آب، به‌اندازه‌ی وزن آب هم‌حجم سنگ، آب جابجا خواهد شد.

**پاسخ:**

وزن مخصوص آب در دمای $15/6^{\circ}C$ با میان‌یابی از جدول (پ-۳) برابر $9796\ N/m^3$ بدست می‌آید. با استفاده از قانون داده شده حجم سنگ و از آنجا چگالی، چگالی نسبی و وزن مخصوص سنگ به‌صورت زیر بدست می‌آید:

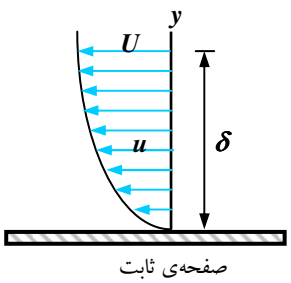
$$W_w = \gamma_w \forall_b \quad ; \quad \forall = \frac{W}{\gamma} = \frac{2000\,N}{9796\,N/m^3} = 0.204\,m^3$$

$$\gamma_b = \frac{W_b}{\forall_b} = \frac{5560\,N}{0.204\,m^3} = 27233\,N/m^3 = \underline{\underline{27.2 \quad kN/m^3}}$$

$$\rho = \frac{\gamma_b}{g} = \frac{27233\,N/m^3}{9.81\,m/s^2} = \underline{\underline{2776 \quad kg/m^3}}$$

$$SG = \frac{\rho_b}{\rho_{w_{@4^{\circ}C}}} = \frac{2776\,kg/m^3}{1000\,kg/m^3} = \underline{\underline{2.78}}$$

**۱-۲۸** یک سیال نیوتنی با چگالی نسبی ۰/۹۲ و لزجت سینماتیکی $0.0004\ m^2/s$ بر روی یک سطح ثابت مطابق شکل در جریان است. بر اساس اصل نلغزیدن سیال، سرعت سیال بر روی مرز ثابت برابر صفر است و تغییرات سرعت نزدیک صفحه از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:



صفحه‌ی ثابت

$$\frac{u}{U}=\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3$$

مقدار تنش برشی اعمال شده از طرف سیال بر صفحه‌ی پایینی را بر حسب $U$ و $\delta$ بیان کنید.

**پاسخ:**

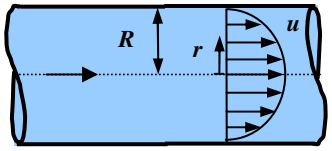
باتوجه به توزیع سرعت داده شده، توزیع تنش برشی از رابطه‌ی (۱-۱۹) و از آنجا مقدار آن بر روی صفحه به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tau=\mu\frac{du}{dy}=\mu\frac{d}{dy}\left\{U\left[\frac{3}{2}\frac{y}{\delta}-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^3\right]\right\}=\mu\left[\frac{3}{2}U\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\delta^3}y^2\right)\right]$$

$$\tau_{y=0}=\mu\left[\frac{3}{2}U\left(\frac{1}{\delta}-\frac{1}{\delta^3}(0)\right)\right]=\frac{3}{2\delta}\mu U=\frac{3}{2\delta}(\rho\upsilon)U=\frac{3}{2\delta}\left\{\left[(0.92)\left(1000\,kg/m^3\right)\right]\left(0.0004\,m^2/s\right)\right\}U$$

$$\underline{\underline{\tau_{y=0}=0.552\frac{U}{\delta}}}$$

**۱-۳۰** مطابق شکل سیالی با لزجت $\mu$ درون یک لوله‌ی دایره‌ای جریان دارد. سرعت درون لوله از رابطه‌ی $u = u_{max}\left(1-r^n/R^n\right)$ پیروی می‌کند. رابطه‌ی نیروی برشی اعمالی بر جداره در واحد طول لوله را استخراج کنید. سرعت $u_{max}$ سرعت حداکثر جریان در محور لوله است.



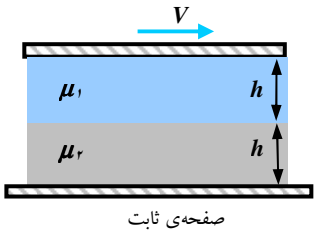

**پاسخ:**

باتوجه به اینکه توزیع تنش برشی ثابت است، مقدار نیروی وارد بر روی جداره‌ی لوله با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۳) و توزیع سرعت داده شده به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$F_{\tau w} = \tau_{y=R} A = \left(-\mu \frac{du}{dr}\right)_{y=R} (2\pi R)(1m) = -2\pi R \left\{\mu \frac{d}{dr}\left[u_{max}\left(1-\frac{r^n}{R^n}\right)\right]\right\}_{y=R}$$

$$F_{\tau w} = -2\pi R \mu u_{max}\left(\frac{n}{R^n} R^{n-1}\right) = \underline{\underline{2\pi \mu n u_{max}}}$$

**۳۲-۱** دو لایه‌ی سیال مطابق شکل بر روی هم‌دیگر قرار دارند و صفحه‌ی بالایی با سرعت $V$ حرکت می‌کند. چنانچه صفحه‌ی پایینی ثابت در نظر گرفته شود و توزیع سرعت در هر دو لایه خطی و پیوسته باشد، سرعت در سطح تماس دو سیال را بدست آورید.



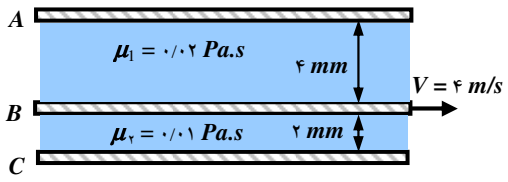

**پاسخ:**

با برابری مقدار تنش برشی که از سیال بالایی و از سیال پایینی در سطح تماس دو سیال بدست می‌آید، سرعت در سطح تماس دو سیال، $U$، با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases}\tau_1=\mu_1\dfrac{du_1}{dy_1}=\mu_1\dfrac{V-U}{h}\\ \tau_2=\mu_2\dfrac{du_2}{dy_2}=\mu_2\dfrac{U}{h}\end{cases}\quad;\quad \mu_1\frac{V-U}{h}=\mu_2\frac{U}{h}\quad;\quad \mu_1(V-U)=\mu_2U\quad;\quad U(\mu_1+\mu_2)=\mu_1V$$

$$\underline{\underline{U=\frac{\mu_1V}{\mu_1+\mu_2}}}$$

**۱ - ۳۴، م ک، ۸۶** مطابق شکل زیر بین صفحات $A$، $B$ و $C$ سیالاتی بالزجت‌های نشان داده شده در روی شکل وجود دارد. در صورتی که صفحه‌ی $B$ با سرعت ۴ متر در ثانیه حرکت کند، تنش برشی اعمال شده بر صفحات $A$ و $B$ را به‌ترتیب بر حسب نیوتن بر مترمربع محاسبه کنید.



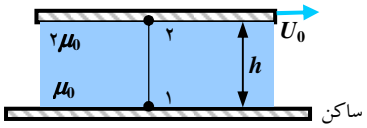

۱) ۱۰ و ۱۰ ۲) ۲۰ و ۱۰ ۳) ۱۰ و ۲۰ ۴) ۲۰ و ۲۰

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۴)**. فرض می‌شود که توزیع سرعت بین دو صفحه خطی است و لذا تنش برشی در سیال بین دو صفحه‌ی $A$ و $B$ ثابت است. مقدار تنش برشی بر صفحه $A$، $\tau_A$، و تنش برشی بر صفحه‌ی $B$، $\tau_B$، با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tau_A = \tau_B = \mu_1 \frac{du_1}{dy_1} = \mu_1 \frac{\Delta u_1}{\Delta y_1} = (0.02\,Pa.s)\frac{(4\,m/s)-0}{0.004\,m} = 20 \quad Pa$$

**۱ - ۳۶، مم، ۸۷** سیال لزجی مطابق شکل فضای بین دو صفحه‌ی موازی را که به فاصله‌ای بسیار کم از یکدیگر قرار دارند، پر نموده است. اگر لزجت این سیال به طور خطی از $\mu_0$ در صفحه‌ی پایینی تا $2\mu_0$ در صفحه‌ی فوقانی تغییر کند، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد تنش برشی در نقاط ۱ و ۲ درست است؟ (صفحه با سرعت ثابت $U_0$ در حال حرکت است)



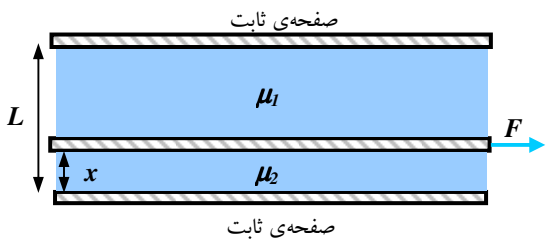

۱) $\tau_1 < \tau_2$ ۲) $\tau_1 > \tau_2$ ۳) $\tau_1 = \tau_2$

۴) بدون معلوم بودن نوع سیال (از نظر گاز بودن یا مایع بودن) نمی‌توان نظر داد.

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۱)**. اگر نگاهی به شکل (۱-۱۷) بیاندازیم، این یک سیال غیرنیوتنی از نوع سیال برشی غلیظ است. چون نرخ کرنش سیال که برابر شیب نمودار تغییرات تنش برشی بر حسب نرخ کرنش است در صفحه‌ی بالایی($2\mu_0$) بیش از صفحه پایینی ($\mu_0$) است، **تنش برشی در صفحه‌ی بالایی بیشتر از تنش برشی در صفحه‌ی پایینی است**.

**۱ - ۳۸، مم، ۸۶** صفحه‌ای نازک و پهن به صورت عمودی جریان داخل یک کانال را از یکدیگر جدا می‌کند (مطابق شکل)، به‌طوری که در طرفین آن دو سیال با لزجت‌های $\mu_1$ و $\mu_2$ قرار دارد. اگر $\mu_1 = 4\mu_2$، پهنای کانال برابر $L$ و صفحه تحت اثر نیروی کششی $F$ با سرعت ثابت $U$ حرکت کند، پهنای بخشی از کانال که سیال $\mu_2$ در آن قرار دارد ($x$) چقدر باشد تا نیروی $F$ به حداقل برسد.




۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{5}$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۱).** مجموع نیروی تنش برشی سیال لایه‌ی (۱)، $\tau_1$، و نیروی تنش برشی سیال لایه‌ی (۲)، $\tau_2$، که بر دو طرف صفحه وارد می‌شود به‌صورت زیر بدست می‌آید:

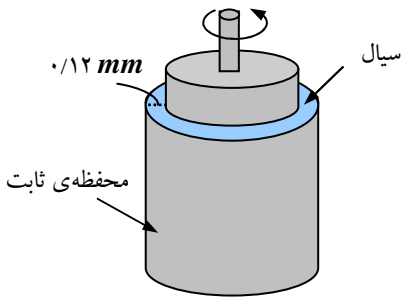
$$F = (\tau_1 + \tau_2)A = A\left(\mu_1 \frac{du_1}{dy_1} + \mu_2 \frac{du_2}{dy_2}\right) = A\left(\mu_1 \frac{\Delta u_1}{t_1} + \mu_2 \frac{\Delta u_2}{t_2}\right) = A\left[(4\mu_2)\frac{U-0}{(L-x)} + \mu_2 \frac{U-0}{x}\right]$$

$$F = AU\mu_2\left(\frac{4}{L-x} + \frac{1}{x}\right)$$

مقدار $x$ با با مشتق‌گیری از رابطه‌ی فوق برای تعیین حداقل نیروی $F$ به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx}\left\{U\mu_2\left(\frac{4}{L-x} + \frac{1}{x}\right)\right\} = 0 \quad ; \quad \frac{4}{(L-x)^2} - \frac{1}{x^2} = 0 \quad ; \quad \frac{x^2 - (L-x)^2}{x^2(L-x)^2} = 0 \quad ; \quad \underline{\underline{x = \frac{1}{2}}}$$

**۱-۴۰** لزجت سیالی مطابق شکل توسط دستگاه ویسکومتر که از دو استوانه‌ی هم محور با طول $0/75\ m$ تشکیل شده است، اندازه‌گیری می‌شود. قطر استوانه‌ی داخلی $150\ mm$ و ضخامت فضای بین دو استوانه $1/2\ mm$ است. چنانچه استوانه‌ی داخلی با سرعت ۲۰۰ دور بر دقیقه بچرخد و گشتاور مورد نیاز برای چرخش آن $0/8\ N.m$ باشد، لزجت سیال را بدست آورید.

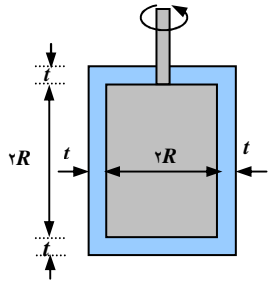



**پاسخ:**

مقدار لزجت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۴) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T = \mu \frac{4\pi^2 R^3 n L}{t} \quad ; \quad \mu = \frac{Tt}{4\pi^2 R^3 n L} = \frac{(0.8N.m)(0.0012m)}{4\pi^2 (0.075m)^3 \left(\frac{200}{60} 1/s\right)(0.75m)} = 2.3\times10^{-2}\ \ Pa.s$$

**۱ - ۴۲، م ک، ۸۵** استوانه‌ای به شعاع $R$ و ارتفاع $۲R$ داخل سیلندری با سرعت دورانی $\omega$ دوران می‌کند. اگر لزجت سیال اطراف استوانه $\mu$ و فاصله‌ی استوانه در تمام نقاط با سیلندر $t$ باشد، کوپل لازم برای گردش استوانه چقدر است؟




۱) $\frac{۵\pi\mu\omega}{t}R^۴$

۲) $\frac{\pi\mu\omega}{t}R^۴$

۳) $\frac{\pi\mu\omega}{۲t}R^۴$

۴) $\frac{۴\pi\mu\omega}{t}R^۴$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۱).** چون مقدارتنش برشی بر روی سطح جانبی استوانه ثابت است، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_p = F(R) = (\tau A_p)R = \mu\frac{du}{dy}A_pR = \mu\frac{V}{\Delta y}A_pR = \mu\frac{R\omega}{t}\left[2\pi R(2R)\right]R = \frac{4\pi\mu\omega}{t}R^4 \qquad (۱)$$

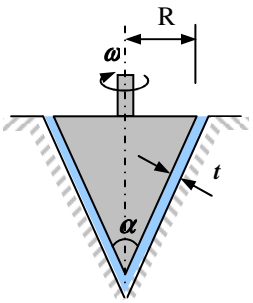
از طرفی، چون مقدارتنش برشی بر روی سطح بالایی و پایینی استوانه متغیر است، با انتخاب نوار دایره‌ای شکل به شعاع $r$ و ضخامت $ds$ مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$dT_e = 2rdF = 2r(\tau dA) = 2r\mu\frac{du}{dy}dA = 2r\mu\frac{r\omega}{t}(2\pi rdr) = \frac{4\pi\mu\omega}{t}\int_0^R r^3dr \quad ; \quad T_e = \frac{\pi\mu\omega}{t}R^4 \qquad (۲)$$

مقدار گشتاور کل از مجموع رابطه‌های (۱) و (۲) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T = T_p + T_e = \frac{4\pi\mu\omega}{t}R^4 + \frac{\pi\mu\omega}{t}R^4 = \underline{\underline{\frac{5\pi\mu\omega}{t}R^4}}$$

**۱ - ۴۴، مع، ۸۵** گشتاور مورد نیاز برای چرخاندن مخروط شکل روبرو با سرعت $\omega$ دور در دقیقه را تعیین کنید. لزجت مایع بین مخروط و جداره‌ی ساکن $\mu$ و ضخامت آن $t$ می‌باشد.




۱) $T=\dfrac{\pi\omega\mu R^4}{t\sin\alpha}$

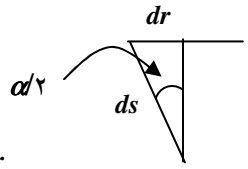
۲) $T=\dfrac{\pi\omega\mu R^4}{2t\sin(\alpha/2)}$

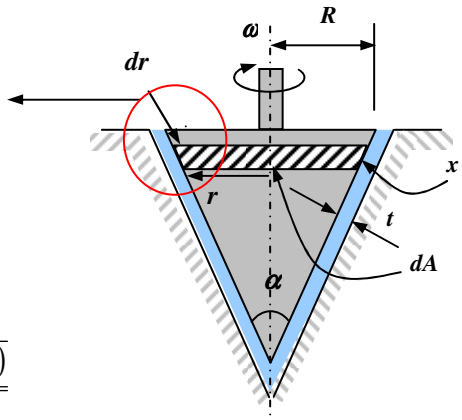
۳) $T=\dfrac{2\pi\omega\mu R^4}{t\sin(\alpha/2)}$

۴) $T=\dfrac{\pi\omega^2\mu R^4}{t\sin(\alpha/2)}$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۲)**. چون مقدارتنش برشی بر روی سطح مخروط متغیر است، با انتخاب المانی به شعاع $r$ و ضخامت $ds$ مطابق شکل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۳) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

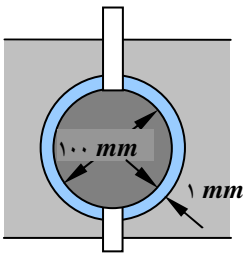



$$\begin{cases} dT = rdF = r(\tau dA) \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dr} = \mu\dfrac{V}{\Delta r} = \mu\dfrac{r\omega}{t} \\ dA = 2\pi rds = 2\pi r\left[\dfrac{dr}{\sin(\alpha/2)}\right] = \dfrac{2\pi rdr}{\sin(\alpha/2)} \end{cases}$$

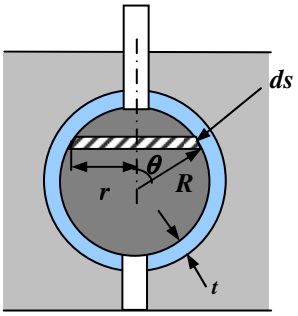
$$dT=\frac{2\pi\omega\mu}{t\sin(\alpha/2)}r^3dr \quad ; \quad T=\frac{2\pi\omega\mu}{t\sin(\alpha/2)}\int_0^R r^3dr=\underline{\underline{\frac{\pi\omega\mu R^4}{2t\sin(\alpha/2)}}}$$

۱-۴۶ یک کره به قطر $mm$ ۱۰۰ درون یک کره دیگر که کمی بزرگ‌تر از آن است، قرار دارد. فضای بین دو کره با روغن به لزجت $Pa.s$ ۰/۰۳۶ پر شده است. گشتاور مورد نیاز برای چرخاندن کره‌ی داخلی با سرعت ۱۰ دور بر دقیقه چقدر است؟




**پاسخ:**

چون مقدارتنش برشی بر روی سطح کره متغیر است، با انتخاب المانی به شعاع $r$ و ضخامت $ds$ مطابق شکل، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۳) به‌صورت زیر بدست می‌آید:




$$\begin{cases} dT = rdF = r(\tau dA) \\ r = R\sin\theta \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dr} = \mu\dfrac{V}{\Delta r} = \mu\dfrac{\omega R\sin\theta}{t} \\ dA = 2\pi r(ds) = 2\pi R\sin\theta(Rd\theta) = 2\pi R^2\sin\theta d\theta \end{cases}$$

$$dT = (R\sin\theta)\left(\mu\frac{\omega R\sin\theta}{t}\right)\left(2\pi R^2\sin\theta d\theta\right) = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\sin^3\theta d\theta$$

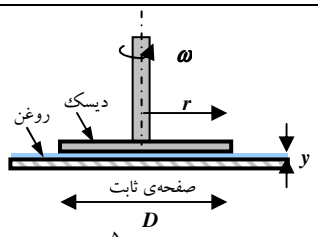
$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\frac{1}{3}\cos\theta\left(\sin^2\theta+2\right)\right]_0^{\pi}$$

$$T = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\int_0^{\pi}\sin^3\theta d\theta = \frac{2\pi\mu\omega R^4}{t}\left[-\frac{1}{3}\cos\theta\left(\sin^2\theta+2\right)\right]_0^{\pi}$$

$$T = \frac{2\pi(0.036Pa.s)\left[(10rev/min)(2\pi rad)/(60min/s)\right](0.05m)^4}{0.001m}\left\{\left[-\frac{1}{3}(\cos\pi)\left(\sin^2\pi+2\right)\right]-\left[-\frac{1}{3}(\cos 0)\left(\sin^2 0+2\right)\right]\right\}$$

$$T = 1.97\times10^{-3}\quad N.m$$

**۱ - ۴۸، مع، ۸۳**




دیسک نشان داده شده در شکل توسط محوری با سرعت زاویه‌ای $\omega$ به دوران در می‌آید. فضای مابین دیسک و سطح ساکن توسط روغن پر شده است. مقدار گشتاور لازم برای دوران دیسک در صورتی که $\mu = ۰/۰۱\ Pa.s$، $\omega = ۲\ rad/s$، $D = ۸۰\ mm$ و $y = ۲\ mm$ باشد، برابر است با:

۱) $۳/۵\times۱۰^{-۲}\ N.m$ ۲) $۱/۲\times۱۰^{-۳}\ N.m$ ۳) $۳/۵\times۱۰^{-۴}\ N.m$ ۴) $۴/۰۲\times۱۰^{-۵}\ N.m$

**پاسخ:**

چون مقدارتنش برشی بر روی سطح دیسک متغیر است، با انتخاب نوار دایره‌ای شکل به شعاع $r$ و ضخامت $dr$، مقدار گشتاور با استفاده از رابطه‌ی (۱-۱۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$dT = rdF = r(\tau dA) = r\mu\frac{du}{dy}dA = r\mu\frac{r\omega}{y}(2\pi r dr) = \frac{2\pi\mu\omega}{y}\int_0^R r^3 dr \quad ; \quad T = \frac{\pi\mu\omega}{2t}R^4$$

با استفاده از داده‌های مساله، مقدار گشتاور به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T = \frac{\pi(0.01\,Pa.s)(2\,rad/s)}{2(0.002\,m)}(0.040\,m)^4 = \underline{\underline{4.02\times10^{-5}\quad N.m}}$$

۵۰-۱ یک ظرف مکعبی شکل با دیواره‌های صلب از آبی با دمای $4^{\circ}C$ کاملاً پر شده است. چنانچه آب تا دمای $38^{\circ}C$ گرم شود، تغییر فشار ایجاد شده درون ظرف چقدر خواهد بود؟ مدول حجمی آب $kPa$ ۲/۷×۱۰^۶ فرض شود.

**پاسخ:**

در اینجا فرض می‌شود که ظرف هیچ تغییرشکلی ندارد. از جدول (پ-۳) پیوست مقدار چگالی آب با میانیابی در دماهای $4^{\circ}C$ و $38^{\circ}C$ به‌ترتیب برابر $1000\ kg/m^3$ و $992.9\ kg/m^3$ و مدول حجمی آب از جدول (پ-۳) برابر $2.15\times10^9\ Pa$ بدست می‌آید. اختلاف فشار با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۷) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho} \cong \frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho} = \frac{\Delta p}{(\rho_2-\rho_1)/\rho_1}$$

$$\Delta p = E_v \frac{(\rho_2-\rho_1)}{\rho_1} = \left(2.15\times10^9\ Pa\right)\frac{\left(992.9\,kg/m^3\right)-\left(1000\,kg/m^3\right)}{\left(1000\,kg/m^3\right)} \quad ; \quad \underline{\underline{\Delta p = 15.3 \quad MPa}}$$

**۱ - ۵۲، م ک، ۸۵** اگر یک لیتر آب در فشار $Pa$ $^{۶}$۱۰×۱۰ قرار بگیرد و مدول حجمی آن $Pa$ $^{۹}$۱۰×۲/۵ باشد، تغییر چگالی نسبی ($\Delta\rho/\rho$)آن چه مقدار است؟

۱) ۰/۰۰۴- ۲) ۲۵۰- ۳) ۲۵۰ ۴) ۰/۰۰۴

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۴)**. تغییر چگالی نسبی با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۷) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_v = \frac{dp}{d\rho/\rho} \cong \frac{\Delta p}{\Delta\rho/\rho} \quad ; \quad \left(2.5\times10^{9}\ Pa\right) = \frac{\left(10\times10^{6}\ Pa\right)}{\Delta\rho/\rho} \quad ; \quad \underline{\underline{\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0.004}}$$

**۱-۵۴** هوا درون یک استوانه توسط پیستونی فشرده می شود تا حجم آن به ۵۰ درصد حجم اولیه برسد. چنانچه در وضعیت اولیه فشار هوا $200\,kPa$، دمای آن $20^{\circ}C$ و فشردگی هوا در فرآیند هم‌دما اتفاق بیفتد، فشار ثانویه‌ی هوا چقدر است؟ مقدار فشار ثانویه در فرآیند هم‌رفت با $k = 1/4$ چقدر است؟

**پاسخ:**

چون جرم هوا در دو حالت یکسان است، رابطه‌ی (۱-۲۸) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p}{\rho}=cte \quad ; \quad \frac{p_1}{\rho_1}=\frac{p_2}{\rho_2} \quad ; \quad \frac{p_1}{m/\forall_1}=\frac{p_2}{m/\forall_2} \quad ; \quad p_1\forall_1=p_2\forall_2 \quad ; \quad p_2=p_1\frac{\forall_1}{\forall_2}=p_1\frac{\forall_1}{0.5\forall_1}$$

$$p_2=2p_1=2\left(200\,kPa\right)=\underline{\underline{400 \quad kPa}}$$

در فرآیند هم‌رفت، رابطه‌ی (۱-۲۹) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{p}{\rho^k}=cte \quad ; \quad \frac{p_1}{\rho_1^k}=\frac{p_2}{\rho_2^k} \quad ; \quad \frac{p_1}{\left(m/\forall_1\right)^k}=\frac{p_2}{\left(m/\forall_2\right)^k} \quad ; \quad p_1\forall_1^k=p_2\forall_2^k$$

$$p_2=p_1\left(\frac{\forall_1}{\forall_2}\right)^k=p_1\left(\frac{\forall_1}{0.5\forall_1}\right)^k=2^k\,p_1=\left(2^{1.4}\right)\left(200\,kPa\right)=\underline{\underline{527.8 \quad kPa}}$$

**۱ - ۵۶، مم، ۷۹** برای گاز کاملی، مقدار ثابت گاز $R = ۲۷۰\ J/kg.K$ و نسبت گرماهای ویژه (ضریب اتمیسیته) $k = ۱/۳$ است، مقدار $c_p$ و $c_v$ برای این گاز بر حسب $J/kg.K$ چقدر است؟

۱) $c_p = ۷۷۰$ و $c_v = ۵۰۰$

۲) $c_p = ۱۰۷۰$ و $c_v = ۸۰۰$

۳) $c_p = ۱۱۷۰$ و $c_v = ۹۰۰$

۴) $c_p = ۱۲۷۰$ و $c_v = ۱۰۰۰$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۳)**. با توجه به تعریف $k$ و رابطه‌ی (۱-۳۰) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \dfrac{c_p}{c_v} = k = 1.3 \\ c_p - c_v = R = 270\, J/(kg.K) \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} c_p = 1.3 c_v \\ (1.3 c_v) - c_v = 270 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} \underline{\underline{c_v = 900 \quad J/(kg.K)}} \\ \underline{\underline{c_p = 1170 \quad J/(kg.K)}} \end{cases}$$

**۱-۵۸** گاز طبیعی در دمای $20^{\circ}C$ و فشار آتمسفر $103/3\ kPa$ در یک فرآیند هم‌رفت تحت فشار قرار می‌گیرد تا فشار نهایی آن به $155\ kPa$ می‌رسد. در صورتی‌که ثابت گاز برابر $5/18\times10^{2}\ J/(kg.K)$ و $k = 1/31$ باشد، مقدار چگالی و درجه‌حرارت گاز را در شرایط نهایی بدست آورید.

**پاسخ:**

مقدار چگالی گاز در شرایط اولیه و فشار نهایی در فرآیند هم‌رفت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۲۹) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{101.3\times10^{3}\ Pa}{\left[5.18\times10^{2}\ J/(kg.K)\right](20+273)\ K} \quad ; \quad \rho_1 = 0.667\ kg/m^{3}$$

$$\frac{p}{\rho^{k}} = cte \quad ; \quad \frac{p_1}{\rho_1^{k}} = \frac{p_2}{\rho_2^{k}} \quad ; \quad \rho_2 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}\rho_1 = \left[\frac{(155\ kPa)}{(101.3\ kPa)}\right]^{1/1.31}\left(0.667\ kg/m^{3}\right) = \underline{\underline{0.923\ \ kg/m^{3}}}$$

مقدار درجه حرارت نهایی از رابطه‌ی (۱-۲۸) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_2 = \frac{p_2}{\rho_2 R} = \frac{155\times10^{3}\ Pa}{\left(0.677\ kg/m^{3}\right)\left[5.18\times10^{2}\ J/(kg.K)\right]} = 442\ K \quad ; \quad T_2 = (442\ K) - 273 = \underline{\underline{169^{\circ}C}}$$

۱-۶۰ سرعت صوت در هوا با فشار استاندارد آتمسفر، دمای $60^{\circ}C$، با فرض فرآیند هم‌رفت ($k = 1/4$)، چقدر است ؟

**پاسخ:**

سرعت صوت در فرآیند هم‌رفت با استفاده از رابطه‌ی (۱-۳۷) به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$c = \sqrt{kRT} = \sqrt{(1.4)\left(287\ Pa.m^3/kg.K\right)(60+273\ K)} = \underline{\underline{365.8\quad m/s}}$$

۶۲-۱ برای انتقال آب به مخزنی در مکان مرتفع از یک پمپ استفاده می‌شود. چنانچه دمای آب $25^{\circ}C$ باشد، حداقل فشار لازم برای جلوگیری از پدیده‌ی خلأزایی چقدر است؟

**پاسخ:**

از جدول (پ-۳) پیوست مقدار فشار بخار آب در دمای $20^{\circ}C$ با میان‌یابی برابر $3/17\ kPa$ بدست می‌آید. این حداقل فشار برای جلوگیری از خلأزایی است.

۱-۶۴ هنگامی‌که آب در یک لوله با مجرای تنگ‌شونده جریان می‌یابد، فشار در راستای جریان کاهش می‌یابد. حداقل فشار لازم برای جلوگیری از پدیده‌ی خلأزایی چقدر است؟ دمای آب $90^{\circ}C$ است.

**پاسخ:**

از جدول (پ-۳) پیوست مقدار فشار بخار آب در دمای $90^{\circ}C$ با میان‌یابی برابر $70/11\ kPa$ بدست می‌آید. این حداقل فشار برای جلوگیری از خلأزایی است.

**۱ - ۶۶، م‌ع، ۸۶** کدام یک از گزینه‌های زیر رابطه‌ی فشار نسبی داخلی قطره‌ی کوچک آب به قطر $d$ می‌باشد. $\sigma$ ضریب کشش سطحی است؟

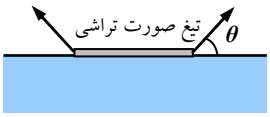
۱) $p=\frac{\sigma}{d}$ ۲) $p=\frac{\sigma}{2d}$ ۳) $p=\frac{2\sigma}{d}$ ۴) $p=\frac{4\sigma}{d}$

**پاسخ:**

**گزینه‌ی (۴)**. مطابق رابطه‌ی (۱-۳۹) خواهیم داشت:

$$\Delta p=\frac{2\sigma}{R}=\frac{2\sigma}{d/2}=\underline{\underline{\frac{4\sigma}{d}}}$$

۱-۶۸ تیغ صورت‌تراشی به‌صورت افقی بر روی سطح آب قرار گرفته است. چنانچه نیروی کشش سطحی در راستای نشان داده شده در شکل باشد و جرم تیغ صورت‌تراشی $۰/۶۴\times۱۰^{-۳}\ kg$ باشد، زاویه‌ی $\theta$ چقدر است؟ طول کل تماس تیغ صورت تراشی با آب نیز $۲۰۶\ mm$ و دمای آب $۲۰^{\circ}C$ است.




**پاسخ:**

مقدار کشش سطحی آب در دمای $۲۰^{\circ}C$ از جدول (۱-۶) برابر $۰/۰۷۳\ N/m$ بدست می‌آید. زاویه‌ی $\theta$ مایع با استفاده از رابطه‌ی تعادل در جهت قایم به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$W = F_{\sigma} \quad ; \quad mg = \sigma L \sin\theta \quad ; \quad \theta = \cos^{-1}\left(\frac{mg}{\sigma L}\right) = \cos^{-1}\left[\frac{\left(0.64\times10^{-3}\,kg\right)\left(9.81\,m/s^{2}\right)}{\left(0.073\,N/m\right)\left(0.206\,m\right)}\right]$$

$$\underline{\underline{\theta = 24.7^{\circ}}}$$

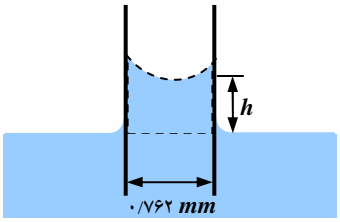
**۱-۷۰** مواد مغزی حل شده در آب در اثر پدیده‌ی مویینگی و توسط لوله‌های نسبتاً نازک به قسمت‌های بالایی درخت منتقل می‌شوند. چنانچه قطر لوله‌ها $0/005\ mm$ و محلول، آب $20^{\circ}C$ و با زاویه‌ی تماس $15^{\circ}$ باشد، میزان بالاآمده‌گی محلول آب درون درخت چقدر است؟

**پاسخ:**

مقدار کشش سطحی آب در دمای $20^{\circ}C$ از جدول (۱-۶) برابر $0/073\ N/m$ و وزن مخصوص آب از جدول (پ-۳) پیوست برابر $9789\ N/m^3$ بدست می‌آید. میزان بالاآمده‌گی محلول با استفاده از رابطه‌ی (۱-۴۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{2(0.073\,N/m)\cos(15^{\circ})}{(9789\,N/m^3)(5\times10^{-6}m/2)}=\underline{\underline{5.8\quad m}}$$

۱-۷۲ یک لوله‌ی شیشه‌ای با قطر $0/762\ mm$ درون نفت چراغ با دمای $20^{\circ}C$ قرار می‌گیرد. چنانچه زاویه‌ی تماس نفت چراغ با شیشه $26^{\circ}$ باشد، میزان بالاآمده‌گی نفت چراغ درون لوله چقدر است؟ کشش سطحی نفت چراغ در سطح تماس با هوا $0/028\ N/m$ و وزن مخصوص آن $8043/17\ N/m^3$ است.




**پاسخ:**

میزان بالاآمده‌گی نفت چراغ با استفاده از رابطه‌ی (۱-۴۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{2(0.028N/m)\cos(26)}{(8043.17N/m^3)\left[(0.762\times10^{-3}m)/2\right]}=\underline{\underline{16.4\ \ mm}}$$

**۱-۷۴** مقدار بالاآمدگی یک مایع در لوله بستگی به تمیزی لوله و مایع دارد. اندازه‌گیری‌های به‌عمل آمده از ارتفاع بالاآمده‌گی آب ($h$) در لوله‌ای به قطر $d$ در جدول زیر مشاهده می‌شود. این داده‌ها را در شکلی رسم کنید و با برازش خطی بر آن، مقدار پارامتر $\sigma\cos\phi$ را به‌دست آورید.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $d\,(mm)$ | ۷/۶ | ۶/۴ | ۵/۱ | ۳.۸ | ۲/۵ | ۱/۳ |
| $h\,(mm)$ | ۳/۴ | ۴/۲ | ۵/۰ | ۶/۹ | ۱۰/۷ | ۲۰/۲ |

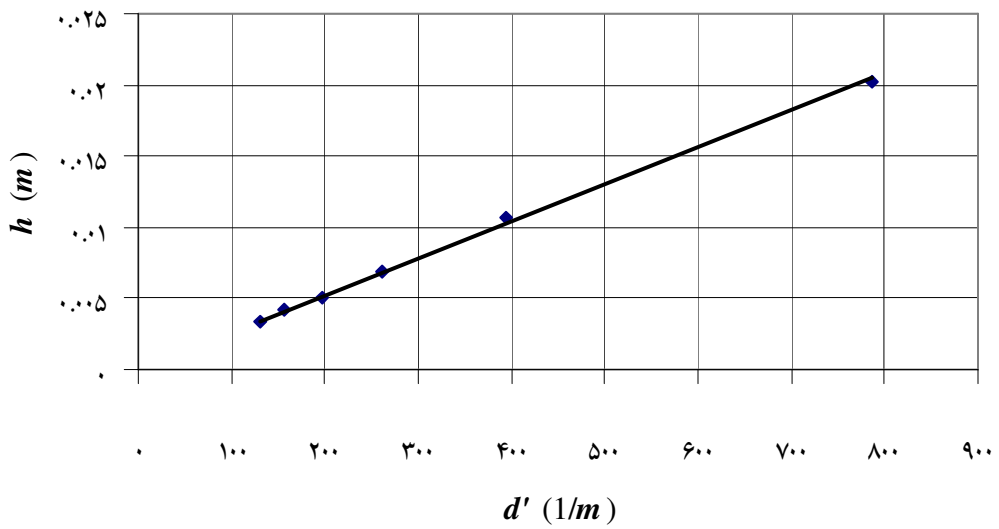
**پاسخ:**

میزان بالاآمده‌گی آب در لوله با استفاده از رابطه‌ی (۱-۴۳) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$h=\frac{2\sigma\cos\phi}{\gamma R}=\frac{4\sigma\cos\phi}{\gamma d}=b\,d' \qquad \left[b=\frac{4\sigma\cos\theta}{\gamma}\,,\ d'=\frac{1}{d}\right] \qquad (۱)$$

مقادیر $h$ و $d'$ در جدول زیر برای داده‌ها نشان داده شده است و تغییرات $h$ و $d'$ در شکل زیر رسم شده است.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $h\,(m)$ | ۰/۰۰۳۴ | ۰/۰۰۴۲ | ۰/۰۰۵۱ | ۰/۰۰۶۹ | ۰/۰۰۲۵ | ۰/۰۰۱۳ |
| $d'\,(mm)$ | ۱۳۱/۲ | ۱۵۷/۵ | ۱۹۶/۹ | ۲۶۲/۵ | ۳۹۳/۷ | ۷۸۷/۴ |




با استفاده از برازش خطی بر داده‌ها که در شکل زیر رسم شده است مقادیر $b$ و $\sigma\cos\phi$ به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$h=3\times10^{-5}d' \quad ; \quad b=3\times10^{-5}=\frac{4\sigma\cos\phi}{9810\,N/m^3} \quad ; \quad \underline{\underline{\sigma\cos\phi=0.074\ \ N/m}}$$