نیروی وارد بر بخش افقی ($F_V$) :

$$A_H = 2 \times 3 = 6\,m^2$$

عمق آب روی این سطح : ۴m

$$F_V = P \times A = (\gamma \times 4) \times A_H = (9.8 \times 4) \times 6 = 235.2\ kN$$

$$d_V = \frac{2}{2} = 1\,m$$

محل اثر این نیرو در وسط طول ۲ متری است . ⇐ بازوی گشتاور

محاسبه گشتاور حول لولا ($\sum M_o = 0$) : برای بسته ماندن دریچه (در آستانه حرکت) گشتاور نیروی P باید با مجموع گشتاورهای ناشی از نیروهای آب برابری کند، نیروهای آب سعی در باز کردن (چرخش پادساعتگرد) و نیروی P سعی در بستن دریچه (چرخش ساعتگرد) دارند

$$M_P = M_{F_H} + M_{F_V} \Rightarrow (P \times 4) = (F_H \times d_H) + (F_V \times d_V)$$

$$\Rightarrow (P \times 4) = \left(235.2 \times \frac{8}{3}\right) + (235.2 \times 1) \Rightarrow P = 215.6\ kN$$

گزینه ۳

جواب سوال 51-2 : داده های سوال : عرض دریچه $b = 3\,m$ و ارتفاع بخش عمودی $h = 4\,m$

طول بخش افقی : $L = 2\,m$ و وزن مخصوص آب $\gamma = 9{,}8\ KN/m^3$

محاسبه نیروهای وارد از طرف آب

نیروی وارد بر بخش عمودی $(F_H)$ :

عمق مرکز سطح : $\bar{h} = \frac{4}{2} = 2\,m$ $\qquad A_v = 4 \times 3 = 12\,m^2$

$$F_H = \gamma \times \bar{h} \times A_v = 9{,}8 \times 2 \times 12 = 235{,}2\ KN$$

محل اثر این نیرو (مرکز فشار) در فاصله $\frac{2}{3}$ عمق آب قرار دارد. ← بازوی گشتاور آن تا لولا : $d_H = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ متر

جواب سوال 5-47 :

تحلیل سطح آزاد سیال در حال دوران : $h(r) = h_a + \dfrac{\omega^2 \times r^2}{2g}$

لوله ۲ روی محور دوران قرار دارد، پس شعاع آن $r_2 = 0$ است. فرض می‌کنیم ارتفاع ثانویه سیال در این لوله $h_2$ باشد

لوله ۱ و ۳ در فاصله $r_1 = r_3 = 1m$ از محور قرار دارند، بنابراین ارتفاع ثانویه سیال در آن‌ها برابر است با :

$$h_1 = h_3 = h_2 + \frac{1^2 \times 1^2}{2g} = h_2 + \frac{1}{2g}$$

قانون بقای حجم سیال : از آن جا که سیال تراکم ناپذیر است، حجم کل سیال قبل دوران باید با حجم کل سیال در حین دوران برابر باشد.

$A_1 = \pi a^2 \qquad A_2 = 4\pi a^2 \qquad A_3 = \pi a^2$

$$V_{\text{اولیه}} = A_1 h_0 + A_2 h_0 + A_3 h_0 = \pi a^2 h_0 + 4\pi a^2 h_0 + \pi a^2 h_0 = 6\pi a^2 h_0$$

$$V_{\text{ثانویه}} = A_1 h_0 + A_2 h_0 + A_3 h_0 = \pi a^2 h_1 + 4\pi a^2 h_2 + \pi a^2 h_3$$

$$\pi a^2 (h_1 + 4h_2 + h_3) = 6\pi a^2 h_0 \Rightarrow 6h_0 = h_1 + 4h_2 + h_3 \quad (1)$$

محاسبه افت سطح سیال در لوله 2 :

$$h_1 = h_3 = h_2 + \frac{1}{2g}$$

جای‌گذاری در (1) $\Rightarrow 6h_0 = h_2 + \dfrac{1}{2g} + 4h_2 + h_2 + \dfrac{1}{2g} \Rightarrow 6h_0 = 6h_2 + \dfrac{2}{2g}$

$$\Rightarrow 6h_0 = 6h_2 + \frac{1}{g}$$

برای پیدا کردن میزان افت سطح سیال در لوله ۲ نسبت به حالت سکون ← محاسبه اختلاف ارتفاع $(h_0 - h_2)$

$$6h_0 - 6h_2 = \frac{1}{g} \Rightarrow 6(h_0 - h_2) = \frac{1}{g} \Rightarrow h_0 - h_2 = \frac{1}{6g}$$

جواب سوال ۴۱-۲ : وزن مخصوص مایع $(\gamma)$ : با فرض $\gamma_w = 9810 \frac{N}{m^3}$

$$\gamma = SG \times \gamma_w = 0.8 \times 9810 = 7848 \frac{N}{m^3}$$

مساحت صفحه دایره‌ای $(A)$ : $A = \frac{\pi \times d^2}{4} = \frac{\pi \times (0.75)^2}{4} \simeq 0.4418 \ m^2$

ممان اینرسی صفحه دایره‌ای حول محور گذرنده از مرکز سطح آن $(I_{xc})$ : $I_{xc} = \frac{\pi \times D^4}{64} = \frac{\pi \times (0.75)^4}{64} \simeq 0.01553 \ m^4$

محاسبه نیروی وارده از طرف مایع بر صفحه $(F)$ :

$$F = \gamma \times h_G \times A \Rightarrow F = 7848 \times 1.5 \times 0.4418 \simeq 5200 \ N = 5.2 \ kN$$

محاسبه مختصات مرکز فشار : برای پیدا کردن مرکز فشار ، معمولاً فاصله آن را در امتداد سطح شیب‌دار از سطح آزاد مایع محاسبه می‌کنند ، این فاصله را $y_p$ درنظر می‌گیریم. ابتدا باید مرکز سطح را در امتداد شیب $(y_c)$ محاسبه می‌کنیم

$$y_c = \frac{h_c}{\sin\theta} = \frac{1.5}{\sin(30)} = 3 m$$

رابطه مرکز فشار در امتداد سطح شیب‌دار به صورت مقابل است :

$$y_p = y_c + \frac{I_{xG}}{y_c \times A} = 3 + \frac{0.01553}{3 \times 0.4418} \Rightarrow y_p = 3.0117 \ m$$

بنابراین مرکز فشار در امتداد سطح شیب‌دار به فاصله ۳٫۰۱۱۷ متر از سطح آزاد مایع قرار دارد.

عمق مرکز فشار $h_p = y_p \times \sin(\theta) = 3.0117 \times 0.5 \simeq 1.5 \ m$

جواب سوال 5-39 : فشار نسبی در گوشه بالای عقب (نقطه A) : $P_A = 0$ $\Leftarrow$ چون گفته شده فشار اتمسفر است

معادله تغییرات فشار : در یک سیال با شتاب افقی $a_x$ و بدون شتاب عمودی ، اختلاف فشار دو نقطه از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$P_2 - P_1 = -\rho a_x (x_2 - x_1) - \gamma (z_2 - z_1)$$

قسمت الف) مختصات A : $A(0,0)$ مختصات B : $(10,0)$

با استفاده از معادله فشار :

$$P_B - P_A = -\left(\frac{\gamma}{g}\right) a_x (x_B - x_A) - \gamma (z_B - z_A) \Rightarrow P_B - 0 = -\left(\frac{6600}{9.81}\right) \times 3 \times (10-0) - 6600 \times (0-0)$$

$$P_B = -\frac{6600 \times 30}{9.81} = \frac{-198000}{9.81} \Rightarrow P_B \simeq -20.18 \ kPa$$

علامت منفی نشان دهنده فشار مکش یا فشار کمتر از فشار atm است.

قسمت ب)

هنگامی که مخزن با شتاب به سمت راست حرکت می کند سیال به سمت عقب متمایل می شود و فشار در سمت عقب افزایش می یابد ، همچنین می دانیم که فشار با عمق رابطه مستقیم دارد.

بنابراین حداکثر فشار در پایین ترین و عقب ترین نقطه مخزن رخ می دهد این نقطه را C می نامیم.

مختصات نقطه C نسبت به A : $C(0,-2)$

$$P_C - P_A = -\rho a_x (x_C - x_A) - \gamma (z_C - z_A) \Rightarrow P_C - 0 = -\rho \times 3 \times (0-0) - 6600 \times (-2-0)$$

$$P_C = 0 - 6600 \times (-2) = +13200 \ Pa = 13.2 \ kPa \longrightarrow$$ حداکثر فشار نسبی در مخزن

جواب سوال 5- 36 :

هنگامی که یک مخزن حاوی مایع با شتاب ثابت افقی ($a$) حرکت می کند، سطح آزاد مایع دیگر افقی باقی نمی ماند بلکه به صورت یک سطح شیب دار در می آید، زاویه شیب این سطح ($\theta$) نسبت به افق از رابطه زیر بدست می آید.

$$\tan(\theta) = \frac{a}{g} \quad (1)$$

هندسه مخزن و سطح آب : $L = ۵\ m$ و $\Delta h = ۰/۵\ m$ و $g = ۱۰\ m/s^۲$

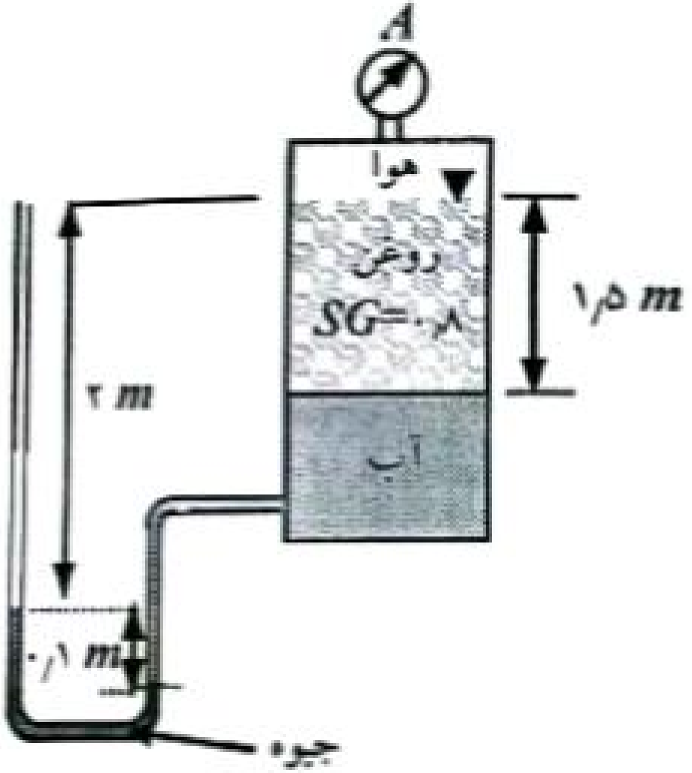
زمانی که جعبه شتاب می گیرد، سطح آب حول محور مرکزی خود دوران می کند. برای این که آب از جعبه لبریز نشود، حداکثر شیب ممکن زمانی اتفاق می افتد که سطح آب در انتهای مخزن دقیقاً مماس با لبه بالایی شود.

فاصله افقی از مرکز مخزن (نقطه دوران سطح آب) : $\text{فاصله افقی} = \frac{L}{2} = \frac{5}{2} = ۲/۵\ m$

با توجه به هندسه شکل : $\tan(\theta) = \frac{\Delta h}{L/2}$

$$\Rightarrow \tan(\theta) = \frac{۰/۵}{۲/۵} = ۰/۲$$

جای گذاری در (1) $\Rightarrow ۰/۲ = \frac{a}{۱۰} \Rightarrow a = ۲\ m/s^۲ \longrightarrow$ گزینه (۳)




**۲-۲۹** هوای محبوس در تانک شکل مقابل فشرده شده است، فشارسنج چه عددی را نشان می‌دهد؟

$P_A$ + ۱٫۵ × ۰٫۸ × ۹۸۰۶ + ۰٫۶ × ۹۸۱۰ - ۰٫۱ × ۱۳۳۰۰۰ = ۰

$P_A$ = -۴۳۵۳٫۲ Pa

$$P = P_{atm} - 0.1 \times \gamma_w = 101330 - 0.1 \times 9810 = \boxed{100349\,Pa}$$

سوال 2-20)

جواب سوال 2-12 : برای حل باید از رابطه پایه هیدرواستاتیک استفاده کنیم.

در یک سیال ساکن، تغییرات فشار با ارتفاع به صورت مقابل بیان می شود: $dP = -\rho g\, dz$

برای یافتن اختلاف فشار بین کف $(Z=0)$ و بالای راکتور $(Z=100\,m)$ باید از رابطه انتگرال بگیریم.

$$\Delta P = P_{bottom} - P_{top} = \int_0^{100} \rho(z) \times g \times dz \quad , \quad \rho(z) = 1000\left[1 + \frac{z}{500} + \left(\frac{z}{1000}\right)^2\right]$$

$$\Delta P = \int_0^{100} 1000\left(1 + \frac{z}{500} + \frac{z^2}{10^6}\right) g\, dz \Rightarrow \Delta P = 1000g \int_0^{100} \left(1 + \frac{z}{500} + \frac{z^2}{10^6}\right) dz$$

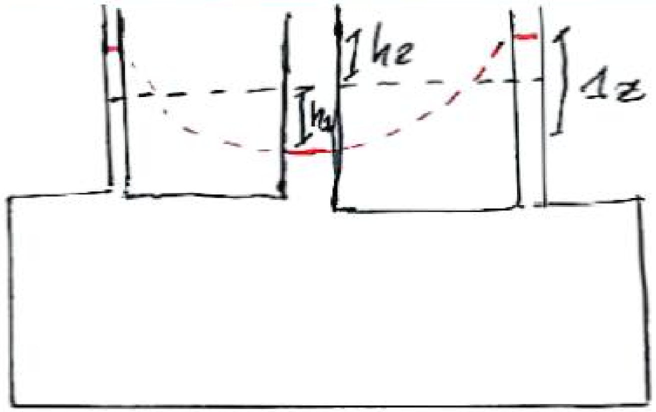
$$\Delta P = 1000g\left[z + \frac{z^2}{2 \times 500} + \frac{z^3}{3 \times 10^6}\right]_0^{100} \Rightarrow \Delta P = 1000g\left[\left(100 + \frac{100^2}{2 \times 500} + \frac{100^3}{3 \times 10^6}\right) - (0)\right]$$

$$\Rightarrow \Delta P = 1000g\left[100 + 10 + \frac{1}{3}\right] \Rightarrow \Delta P = 1000g \times 110{,}333$$

$$\Rightarrow \Delta P = 1000 \times 110{,}333 \times 9{,}81 = 1082336\ Pa \simeq 1{,}082 \times 10^6\ Pa$$

اختلاف فشار بین بالا و پایین راکتور

سوال 5-47)




چون مقدار $a$ بسیار ناچیز است پس سطح آب درون لوله ها را نسبت به طول ثابت فرض می کنیم. از آنجایی که حجم ثابت است:

$$\Delta V_2 = \Delta V_1 + \Delta V_3 \Rightarrow h_1(4a^2\pi) = 2\left[h_2(a^2\pi)\right]$$

$$\Rightarrow 2h_1 = h_2$$

$$\Delta z = h_1 + h_2 = 3h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{\Delta z}{3} = \frac{\omega^2 r^2/2g}{3} =$$

$$\boxed{\frac{1}{6g}} \longrightarrow \quad 4 \text{ گزینه ی}$$

سوال ۲-۵)

A فشار نقطه : $P_B + \gamma h = P_A \rightarrow P_A = ۱۰۰۰ \times ۹,۸۱ \times ۱,۲$

$\Rightarrow \boxed{P_A = ۱۱,۷۷۲ \text{ kPa}}$

B فشار نقطه : $P_A - \gamma h = P_B \Rightarrow ۱۱,۷۷۲ - ۹,۸۱(۰,۹ + ۰,۲ + ۰,۴)$

$\Rightarrow \boxed{P_B = -۲,۹۴۳ \text{ kPa}}$

C فشار نقطه : $P_C = P_B \Rightarrow \boxed{P_C = -۲,۹۴۳ \text{ kPa}}$

D فشار نقطه : $P_C - \gamma h = P_D$

$\Rightarrow -۲,۹۴۳ - ۹,۸۱ \times ۱,۵ = \boxed{-۱۷,۶۵۸ \text{ kPa}}$

جواب سوال 2-79 :

اطلاعات سوال : شعاع قاعده مخروط $r = 0.6\ m$ و $h = 1m$ و $H = 3m$

مساحت تصویر شده مخروط : $A = \pi \times r^2 = \pi \times (0.6)^2 = 0.36\pi\ m^2$

محاسبه نیروی ناشی از آب : نیروی عمودی سیال روی یک سطح ، برابر با وزن حجم سیالی است که مستقیماً بالای آن سطح قرار دارد.

حجم استوانه فرضی بالای قاعده مخروط تا سطح آب : $V_{\text{استوانه}} = A \times H = 0.36\pi \times 3 = 1.08\pi$

حجم خود مخروط : $V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} A h = \frac{1}{3} \times 0.36\pi = 0.12\pi$

حجم آب قرارگرفته روی مخروط : $V_{water} = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} = 0.96\pi\ m^3$

نیروی وزن آب : $F_{water} = \gamma \times V_{\text{آب}} = 9.81 \times 0.96\pi = 9.4176\pi\ KN$

محاسبه نیروی ناشی از فشار هوا : فشار هوای داخل مخزن بر مساحت تصویر شده جسم به سمت پایین وارد می‌شود.

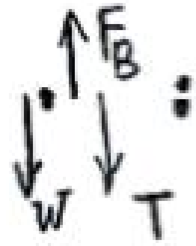
$$F_{air} = P \times A = 50 \times 0.36\pi = 18\pi\ KN$$

محاسبه نیروی عمودی کل : $F_{total} = F_{water} + F_{air} = 9.4176\pi + 18\pi = 27.4176\pi\ KN$

گزینه ۲ $\quad F_{tot} = 27.4176 \times 3.14 \simeq 86.135\ KN$

جواب سوال 2-97 : از قوانین استاتیک سیالات و اصل ارشمیدس استفاده می کنیم.

دیاگرام جسم آزاد جسم کروی :




$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_B = W + T \Rightarrow W = F_B - T \quad (1)$$

محاسبات : محاسبه حجم کره :

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (0.75)^3 = 1.767\ m^3$$

محاسبه نیروی شناوری ($F_B$) :

$$F_B = \gamma_w \times V = 9.81 \times 1.767 \simeq 17.334\ kN$$

محاسبه وزن جسم (در هوا) ($W$) :

طبق (1) $\Rightarrow W = 17.334 - 5.3 = 12.034\ kN$

جواب سوال ۲-88 : باید از اصل ارشمیدس (قانون شناوری) استفاده کنیم.

حالت اول (شناور در آب): قطعه چوب در آب شناور است و نصف حجم آن زیر آب است بنابراین

نیروی شناوری در آب = وزن چوب

$$F_{b1} = W \Rightarrow \gamma_w \times V_{\text{شناوری}\,①} = \gamma_c \times V_t \Rightarrow \gamma_w \times 0/5\, V_t = \gamma_c \times V_t$$

$$\Rightarrow \gamma_c = 0/5\ \gamma_w$$

حالت دوم (شناور در نفت): وزن مخصوص نفت: $\gamma_o = 0/8 \times \gamma_w$

فرض کنیم $x$ از حجم کل چوب زیر سطح نفت قرار بگیرد: $V_{\text{شناوری}\,②} = x V_t$

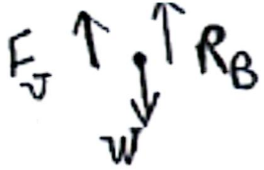
نیروی شناوری در نفت = وزن چوب

$$F_{b2} = W \Rightarrow \gamma_o \times V_{\text{شناوری}\,②} = \gamma_c \times V_t \Rightarrow 0/8 \times \gamma_w \times x V_t = 0/5 \times \gamma_w \times V_t$$

$$x = \frac{5}{8} = 0/625 \longrightarrow \text{گزینه } ①$$

جواب سوال 71-2 :

نمودار جسم آزاد :




معادله تعادل :

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_B + F_V - W = 0 \Rightarrow \boxed{R_B = W - F_V} \quad (1)$$

$W = 200\ kN$

نیروی بالابری هیدرواستاتیک $(F_V)$ : این نیرو برابر با وزن حجم سیالی است که توسط جسم جابجا شده است (اصل ارشمیدس)

$$F_V = \gamma_{water} \times V_{\text{جابجا شده}}$$

$$\gamma_{water} = \rho \times g = 1000\ kg/m^3 \times 10\ m/s^2 = 10000\ N/m^3 = 10\ \frac{kN}{m^3}$$

طبق شکل، آب در سمت چپ استوانه قرار دارد و ارتفاع آن ۳ متر است که برابر با قطر استوانه است. این یعنی نیمی از استوانه در آب غوطه ور است بنابراین حجم جابجا شده برابر با حجم نیم - استوانه است.

$$V_{\text{جابجا شده}} = \frac{\pi \times R^2}{2} \times L \Rightarrow V_{\text{جابجا شده}} = \frac{1}{2} \times \pi \times (1.5)^2 \times 4 \Rightarrow V = 4.5\pi\ m^3$$

$$F_V = \gamma_{water} \times V_{\text{جابجا شده}} = 10 \times 4.5\pi = 45\pi\ kN$$

$$F_V = 45 \times 3.14 \simeq 141.37\ kN$$

طبق (1) : $R_B = W - F_V \Rightarrow R_B = 200 - 141.37 = 58.63\ kN$ گزینه (4)

$$\bar{x} = \frac{1}{۷,۴۸۷}\left[\frac{۴,۲۳x^{۲}}{۲} - \frac{۰,۶\,x^{۴}}{۴}\right]_{۰}^{۲,۶۵۵} = \frac{1}{۷,۴۸۷} \times \Big((۲,۱۱۵ \times ۷,۰۵) - (۰,۱۵ \times ۴۹,۷)\Big)$$

$$\simeq ۰,۹۹۶\ m$$

فاصله خط اثر نیروی عمودی تا نقطه A : ۳,۶۰۴ m

گشتاور : $M_V = F_V \times d_V = ۷۵۳۰۵ \times ۳,۶۰۴ \simeq ۲۷۱۳۹۹\ ^{N.m}/_{m}$

$$\sum M_A = M_H + M_V = -۱۲۶۸۹۰ + ۲۷۱۳۹۹ = +۱۴۴۵۰۹\ ^{N.m}/_{m}$$ پادساعتگرد

جواب سوال 2-59 : داده های سوال : چگالی آب دریا $\rho = ۱۰۲۵٫۳\ kg/m^۳$

وزن مخصوص آب دریا : $\gamma = \rho g = ۱۰۲۵٫۳ \times ۹٫۸۱ = ۱۰۰۵۸٫۲\ N/m^۳$

معادله منحنی : $y = ۰٫۶x^۲$

عمق آب : $H = ۴٫۲۳\ m$

مختصات نقطه A : $x_A = ۴٫۶\ m$ و $y_A = ۰$

ابتدا مختصات نقطه ای از منحنی که هم تراز با سطح آب است را پیدا می کنیم.

$$y = ۴٫۲۳ \Rightarrow ۰٫۶x^۲ = ۴٫۲۳ \Rightarrow x^۲ = ۷٫۰۵ \Rightarrow x_S = ۲٫۶۵۵\ m$$

محاسبه نیروی افقی $(F_H)$ و گشتاور آن :

$$F_H = \gamma \times \bar{h} \times A = \gamma \times \frac{H}{۲} \times (H \times ۱) = \frac{۱}{۲} \times \gamma \times H^۲$$

$$\Rightarrow F_H = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰۵۸٫۲ \times (۴٫۲۳)^۲ \simeq ۸۹۹۹۳\ N/m$$

محل اثر آن در فاصله $\frac{H}{۳}$ از کف است : $y_H = \frac{H}{۳} = \frac{۴٫۲۳}{۳} = ۱٫۴۱\ m$

گشتاور این نیرو حول A : $M_H = -F_H \times y_H = -۸۹۹۹۳ \times ۱٫۴۱ \simeq -۱۲۶۸۹۰\ N.m/m$

محاسبه نیروی عمودی $(F_V)$ و گشتاور آن :

$V$ : حجم آب در واحد عرض

$$V = \int_۰^{x_S} (H - y)\,dx = \int_۰^{۲٫۶۵۵} (۴٫۲۳ - ۰٫۶x^۲)\,dx \Rightarrow V = \left[۴٫۲۳x - \frac{۰٫۶x^۳}{۳}\right]_۰^{۲٫۶۵۵}$$

$$= ۴٫۲۳(۲٫۶۵۵) - ۰٫۲(۲٫۶۵۵)^۳ \simeq ۷٫۴۸۷\ m^۳/m$$

$$F_V = \gamma \times V = ۱۰۰۵۸٫۲ \times ۷٫۴۸۷ \simeq ۷۵۳۰۵\ N/m$$

برای یافتن بازوی گشتاور باید فاصله مرکز سطح این حجم $(\bar{x})$ را از محور y پیدا کنیم.

$$\bar{x} = \frac{۱}{V} \int_۰^{x_S} x(H - y)\,dx = \frac{۱}{۷٫۴۸۷} \times \int_۰^{۲٫۶۵۵} (۴٫۲۳x - ۰٫۶x^۳)\,dx$$