

3-77

$$\dot{W}_L = \sum_{\text{out}} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) - \sum_{\text{in}} \dot{m} \left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) = \dot{m}_3 \left(\frac{p_3}{\rho} + \frac{v_3^2}{2} \right) + \dot{m}_2 \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \right) - \dot{m}_1 \left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} \right)$$

$$\dot{m}_1 = \rho v_1 A_1 = 1000 \times 5 \times 0,4 = 2000 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_3 = \rho v_3 A_3 = 1000 \times 6 \times 0,18 = 1080 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \Rightarrow \rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 + \rho v_3 A_3$$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1 - v_3 A_3}{A_2} = \frac{5 \times 0,4 - 6 \times 0,18}{0,28} = 3,29 \text{ m/s}$$

$$\dot{m}_2 = \rho v_2 A_2 = 1000 \times 3,29 \times 0,28 = 921 \text{ kg/s}$$

$$\dot{W}_L = 1080 \left(\frac{570000}{1000} + \frac{6^2}{2} \right) + 921 \left(\frac{1140000}{1000} + \frac{3,29^2}{2} \right) - 2000 \left(\frac{940000}{1000} + \frac{5^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \dot{W}_L = -215036 \text{ W} = -215 \text{ kW}$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \rightarrow u dy - v dx = 0$$

سوال 5-1

$$\begin{aligned} u &= 6y \\ v &= 3 \end{aligned} \rightarrow 6y dy - 3 dx = 0 \rightarrow 6y dy = 3 dx \rightarrow$$

$$\int 6y dy = \int 3 dx \rightarrow 3y^2 = 3x \rightarrow y = \pm \sqrt{x} + C$$

5

۴.۱.۱. خط جریان مسیری است که در آن بردار سرعت در هر نقطه با یک بردار هم‌جهت است. سوال است: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$

$$\vec{r} = ax\vec{i} + by\vec{j} + az\vec{k} \Rightarrow u = ax, v = by, w = az$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \Rightarrow \frac{dx}{ax} = \frac{dy}{by} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{b}{a} \frac{dy}{y}$$

$$\Rightarrow \ln x = \frac{b}{a} \ln y + C \Rightarrow x = C_1 y^{a/b} \Rightarrow y = C_2 x^{b/a}$$

خطی است که از این دو از رابطه جریان داریم:

(5)

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow 2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.1^2 \times V_1 = V_2 \times \frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \rightarrow V_2 = 1 \text{ m/s}$$

12-11

$$= \frac{P_{in}}{\rho} + \frac{V_{in}^2}{2} + gz_{in} = \frac{P_{out}}{\rho} + \frac{V_{out}^2}{2} + gz + \text{loss}$$

$$\rightarrow \frac{100 \times 10^3}{1000} + \frac{2^2}{2} + 0 = \frac{0 \times 10^3}{1000} + \frac{1^2}{2} + 0 + \text{loss} \rightarrow \text{loss} = 20 \text{ J/kg}$$

5

$$y = cx$$

$$\Rightarrow u dy - v dx = 0 \Rightarrow u dy = v dx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = c = \frac{y}{x} \Rightarrow u = \frac{v x}{y}$$

$$|v| = \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$|v| = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{v^2 \frac{x^2}{y^2} + v^2} = \sqrt{v^2 (1 + \frac{x^2}{y^2})} = v \sqrt{1 + (\frac{x}{y})^2}$$

$$\rightarrow \frac{k}{\sqrt{x^2 + y^2}} = v \sqrt{1 + (\frac{x}{y})^2} \Rightarrow v = \frac{ky}{x^2 + y^2} \Rightarrow u = v \frac{x}{y} \Rightarrow u = \frac{kx}{x^2 + y^2}$$

6.

$$P = -Pa_y y - \gamma z \rightarrow P = \frac{-4400}{9.81} (3)y - 4400 z$$

(3-39)

$$\Rightarrow P = -2.1812y - 4400 z$$

$$P = -2.1812 (1) - 4400 (1) = -2.184 Pa$$

(3)

الف

$$P = -2.1812 (1) - 4400 (-2) = 1320 Pa$$

ب

$$\vec{V} = \frac{y}{u} \hat{i} + \underbrace{(14y+1)}_v \hat{j} + \underbrace{t}_{w} \hat{k} \rightarrow u = \frac{du}{dt} = yu \rightarrow \frac{du}{u} = dt \xrightarrow{\int} \frac{1}{y} \ln u = t + C_1$$

$$\xrightarrow{at} v = \frac{dy}{dt} = 14y+1 \rightarrow \frac{dy}{14y+1} = dt \rightarrow \frac{1}{14} \ln(14y+1) = t$$

$$\frac{dz}{dt} = (v, y)^T \rightarrow dz = (v, y)^T dt \rightarrow z = \frac{v_0}{r} t^r + C_2 \quad C_1 = 1/r_0 \quad C_2 = \ln(v_0) - r_0 = r_0 v_0 / v$$

$$\rightarrow \ln u + \ln(14y+1) + z = (yt+14t) + \frac{v_0}{r} t^r - 14y, r_0 \rightarrow \ln u + \ln(14y+1) + r = r_0 t$$

$$+ \frac{v_0}{r} t^r - 14y, r_0$$

(5)

$$\frac{a}{g} \times L = \tan \theta \times L = \Delta h$$

- ٣٤ - د

$$\text{ارتفاع جسم} = h + \frac{\Delta h}{r} = 0 \Rightarrow \frac{a}{g} \times L = 1 = \theta \times \frac{a}{1}$$

6

$$\Rightarrow a = r \text{ m/s}^2$$

۱۷-۵ ذره در ابتدا از مبدأ رهای شود $(x, y, z) = (0, 0, 0)$

$0 - 1.5 \Rightarrow u = 2 \text{ m/s}$ و $v = 0 \text{ m/s}$

$1.0 - 1.5 \Rightarrow u = 3 \text{ m/s}$ و $v = -4 \text{ m/s}$

از t_1 تا $t_2 \leftarrow$
 $x(t) = 2t$
 $y(t) = 0$
 یک مسیر از مبدأ تا نقطه
 (x_2, y_2)

از $t_1 = 1.5$ $\Delta x = 3 \times \Delta t = 1.5$
 $\Delta y = -4 \times \Delta t = -2.0$
 پس ذره از نقطه $(2.0, 0)$ به نقطه $(3.5, -2.0)$ می‌رود

رسم خیز: در لحظه $t = 1.5$ s، میان سرعت ثابت $u = 3 \text{ m/s}$ و $v = -4 \text{ m/s}$ تغییر در سرعت در هر لحظه از فضا

$\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{-4}{3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + C$

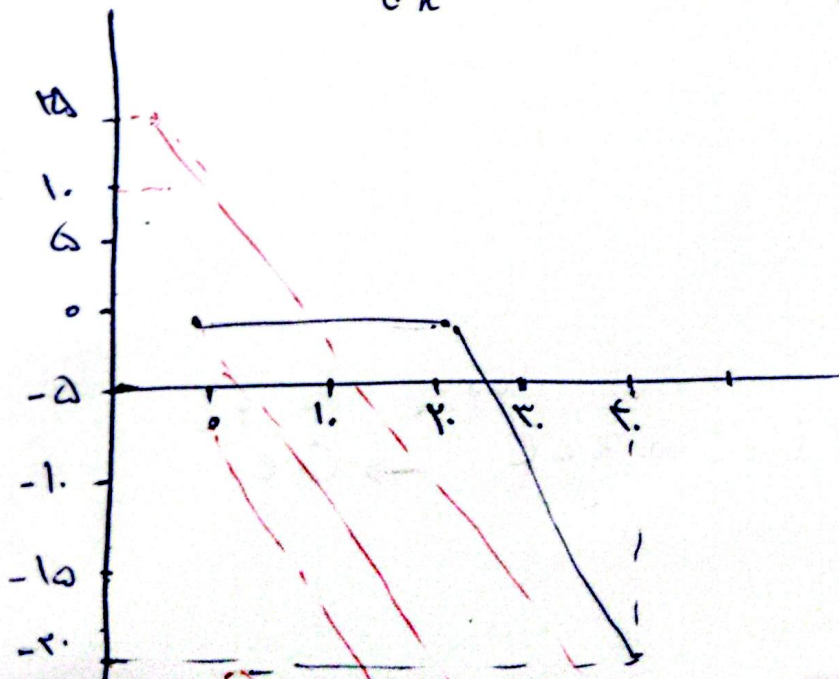
یعنی خانواده‌ای از خطوط با شیب $-\frac{4}{3}$

خط آبی - میرد

خط قرمز - خطوط جریان

معادله جریان

4



سوال ۱۴-۳

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{loss} \xrightarrow{Z_1=Z_2} \Delta = \frac{4.104 v_1^2 + v_2^2}{2g}$$

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad \begin{cases} A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \\ A_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} \end{cases} \rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{0.115}{0.05} \right)^2 \rightarrow v_2 = 9 v_1$$

5

$$\Delta = \frac{4.104 v_1^2 + v_2^2}{2g} \rightarrow v_1^2 = \frac{1.49}{4.104} \rightarrow v_1 \approx 1.2 \text{ m/s} \rightarrow Q_1 = A_1 v_1$$

$$Q = \frac{(\pi \times 0.115)^2}{4} \times 1.2 \approx 0.0222 \rightarrow Q \approx 22.2 \text{ L/s}$$

$$\frac{1}{A} \int_A V_n dA = \frac{1}{\frac{1}{r}(r)(\theta)} \int_0^r r y (r y dy) = \frac{1}{r_m r} \left| \frac{r y^2}{2} \right|_0^r$$

r-qr

$$\rightarrow \bar{V} = \frac{1}{r} \frac{m}{s}, a = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{V} \right)^2 dA = \frac{1}{r_m r} \int_0^r \left(\frac{r y}{r} \right)^2 r y dy$$

$$\rightarrow \frac{1}{r_m r} \left(\frac{r}{r} \right)^2 \left| \frac{1}{3} y^3 \right|_0^r ; \quad a = \frac{r r}{r}$$

(5)

96-3 تزئین

چون افزودن پمپ به سیستم باعث افزایش ناله های انرژی می شود و در نتیجه ارتعاش خط شیب انرژی افزایش می یابد

5.

$$V_1 = V_r ; \quad h \left[\frac{\pi}{4} (rd)^2 \right] = rL \left[\frac{\pi}{4} (d)^2 \right] ; h = 0.5L$$

* سؤال (٤-د)

$$\frac{\rho \omega^2 r_t^2}{\gamma} - \gamma z_t + C_a = \frac{\rho \omega^2 r_r^2}{\gamma} - \gamma z_r + C_a$$

(٥)

$$0 - \gamma(0.5L) = \frac{\rho \omega^2 (r, 0.5L)^2}{\gamma} - \gamma(r, 0.5L) ; \omega = \sqrt{0.18 g/L}$$

$$P = P_0 + \frac{1}{\gamma} \rho \omega^2 r^2 \Rightarrow P_B = P_0 + \int_{r=y_1}^{r=0} \rho \omega^2 r dr - \rho g h$$

.Q-FV

$$\Rightarrow P_B = P_0 + \left[\frac{1}{\gamma} \rho \omega^2 r^2 \right]_{y_1}^0 - \rho g h \Rightarrow P_B = 1.01325 \times 10^5 - \frac{1}{\gamma} \rho \omega^2 (0.1)^2 - \rho g h$$

$$P_0 = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow 11170 = 1.01325 \times 10^5 - \omega^2 - 2943 \Rightarrow \omega^2 = 94412 \Rightarrow \omega = \frac{94412}{\omega} \Rightarrow \omega \approx 131.99 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow \omega \approx 131.99 \text{ rad/s}$$

⑤

۱۵-۱۵. در حرکت درونی سیال، فشار به دلیل دو عامل تغییر می‌کند:

چون فشار در دو نقطه برابر است، پس مجموع تغییرات فشار صفر است.

تغییر محوری $\rightarrow$ ناشی از تراش $= -\rho g \Delta z$

تغییر شعاعی $\rightarrow$ ناشی از نیروی گریز از مرکز $\rho \omega^2 r^2 / 2$

$$\Delta P = P - P_0 = 0 \Rightarrow -\rho g \Delta z + \frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 = 0$$

$$\Rightarrow g \Delta z + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = g \Delta z$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \omega^2 (0.1)^2 = 10 \times 0.1 \Rightarrow \frac{1}{2} \omega^2 \times 0.01 = 1 \Rightarrow \omega^2 = 200 \Rightarrow \omega = 10 \text{ rad/s}$$