

# فصل دوم: دینامیک تایر و چرخ





## تاریخچه

### لاستیک اولیه

- در قرن ۱۹ برای استحکام چرخ‌های گاری و درشکه‌ها از چوب یا فلز استفاده می‌شد که سواری خشک و خشنی داشتند. برای سواری نرم‌تر از نوارهای چرمی استفاده می‌شد.
- سال ۱۸۳۹ چارلز گودیر با اختراع فرایند ولگانیزاسیون که در طی آن توسط گوگرد و حرارت شدید، لاستیک‌های بادوامی ساخت که پس از تغییر شکل یا خم‌شدن به حالت اولیه خود بازمی‌گشتند. این اختراع تا میزان زیادی به پیشرفت لاستیک‌ها کمک کرد.

### لاستیک بادی

- اواسط دهه ۱۸۸۰ استفاده از دوچرخه در اروپا افزایش یافت. چرخ آنها از چوب ساخته می‌شد و از لاستیک‌های توپ‌پوشیده می‌شد که راحتی نداشت و در زمان طولانی موجب خستگی می‌شدند.
- در سال ۱۸۸۸ جان دانلوپ برای راحتی دوچرخه‌سواری، اولین لاستیک بادی عملی و کاربردی را اختراع کرد.

### لاستیک جدا شونده

- لاستیک‌ها قابل جدا شدن نبودند و تعمیر لاستیک‌های بادی چسبیده به چرخ دشوار بود. سال ۱۸۹۰ ادوارد میشلن اولین لاستیک بادی قابل جدا شدن را اختراع کرد.



1<sup>st</sup> Goodyear tire



1<sup>st</sup> Dunlop tire



## تاریخچه

### لاستیک عاجدار

- سال ۱۹۰۴ کمپانی کانتیننتال آلمان برای اولین بار لاستیک‌های آجدار را اختراع کرد
- سال ۱۹۰۸ شرکت گودیر نیز به تولید این لاستیک‌ها جاده‌های لغزنده اقدام نمود.

### لاستیک رادیال

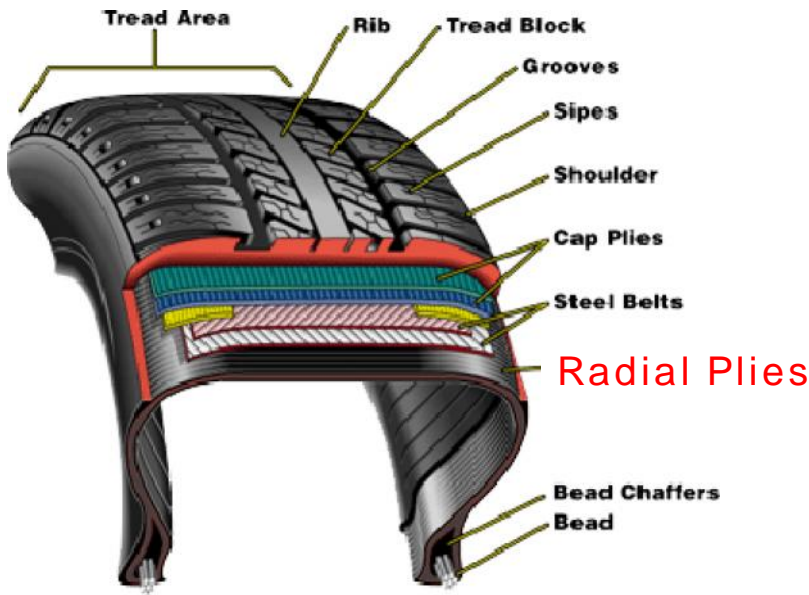
- سال ۱۹۴۸ کمپانی میشلن برای اولین بار تایری که در آن‌ها رشته‌هایی از نخ یا سیم فولادی با زاویه ۹۰ درجه بر روی آن نصب شده بود را با نام تایر رادیال تولید کرد.

### لاستیک بایاس

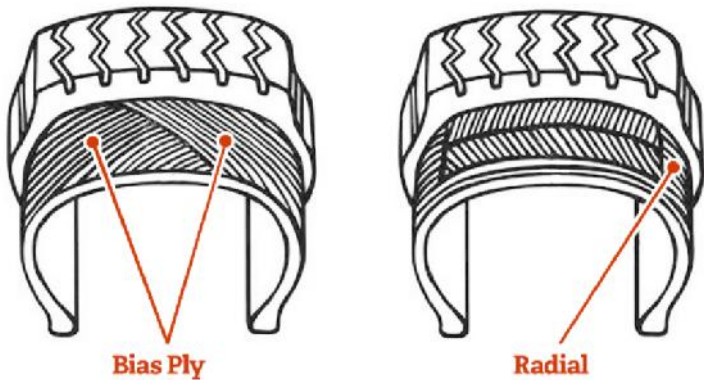
- دهه ۵۰ کمپانی‌های آمریکایی برای اجتناب از هزینه‌های تولید تایر رادیال، تایر بایاس را اختراع کردند. از دهه ۸۰ به‌علت مصرف سوخت بالا این تایرها جای خود را به تایر رادیال دادند.

### لاستیک تیوبلس

- سال ۱۹۴۶ کمپانی گودریچ لاستیک تیوبلس را اختراع کرد ولی تا سال ۱۹۵۲ طول کشید تا این نوع تایر به مرحله تولید برسد و سرانجام در سال ۱۹۵۴ اولین اتومبیل تولیدی در آمریکا با لاستیک‌های تیوبلس به حرکت درآمد.



Structure of Radial tire with all season treads







# علائم روی تایر



- M-130 km/h
- N- 140 km/h
- P- 150 km/h
- Q- 160 km/h
- R- 170 km/h
- S- 180 km/h
- T- 190 km/h
- U- 200 km/h
- H- 210 km/h
- V- 240 km/h
- W- 270 km/h
- Y- 300 km/h



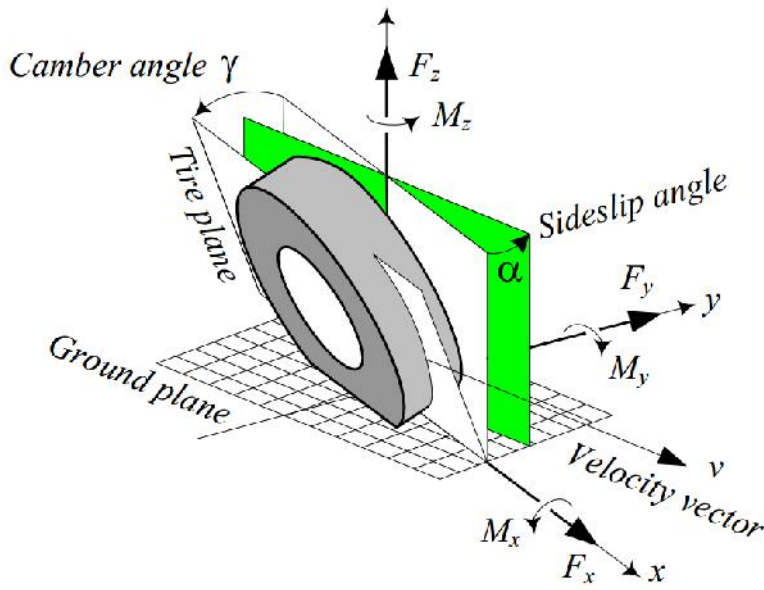
## مختصات تایر

برای ساده‌سازی نمایش شرایط کاری و نیروها و گشتاورهایی که به تایر اعمال می‌شود، چهارچوب مختصاتی برای آن تعریف می‌شود. محور  $x$  تقاطع صفحه‌ی چرخ و صفحه‌ی جاده است که راستای مثبت رو به جلو می‌باشد. محور  $z$  عمود بر صفحه جاده به سمت بالا است (در بعضی کتب مثلاً گلیسپی جهت مثبت به سمت پایین در نظر گرفته شده است). محور  $y$  نیز از قانون دست راست به دست می‌آید. زاویه‌ی کمبر: زاویه‌ی بین صفحه‌ی چرخ و صفحه‌ی عمود بر صفحه‌ی جاده در راستای محور  $x$  است. زاویه‌ی لغزش: زاویه‌ی بین محور  $x$  و بردار سرعت است.

## نیروهای تایر

نیرویی که از طرف زمین به تایر وارد می‌شود می‌تواند در راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  تجزیه شود. بنابراین واکنش بین تایر و زمین را می‌توان به **۳ نیرو** و **۳ گشتاور** تجزیه کرد.

- $F_x$  نیرو در راستای محور  $x$  و در حال شتابگیری مثبت و در حال ترمزگیری منفی است.
- $F_y$  نیرو در راستای محور  $y$  و مماس بر صفحه‌ی زمین و متعامد بر دو نیروی دیگر است.
- $F_z$  نیرو در راستای محور  $z$  است و به آن نیروی عمودی یا نیروی بار چرخ گفته می‌شود.
- $M_x$ : ممان غلتشی. این ممان همچنین ممان بیش گردش و گشتاور کجی نامیده می‌شود.
- $M_y$ : ممان ناوش (Pitch). این ممان همچنین گشتاور مقاوم غلتشی نیز گفته می‌شود.
- $M_z$ : yaw moment. ممان برگردان یا ممان خود برگردان نامیده می‌شود.





## سختی تایر

به طور تقریبی نیروی عمودی تایر با استفاده از رابطه‌ی خطی (۱-۲) محاسبه می‌شود. که جابه‌جایی عمودی تایر است که در مرکز تایر اندازه‌گیری می‌شود.

$K_z$  سختی تایر در راستای  $z$  گفته می‌شود.

$$F_z = k_z \Delta z$$

(۱-۲)

$$F_x = k_x \Delta x$$

به طور مشابه:

(۲-۲)

$$F_y = k_y \Delta y$$

(۳-۲)

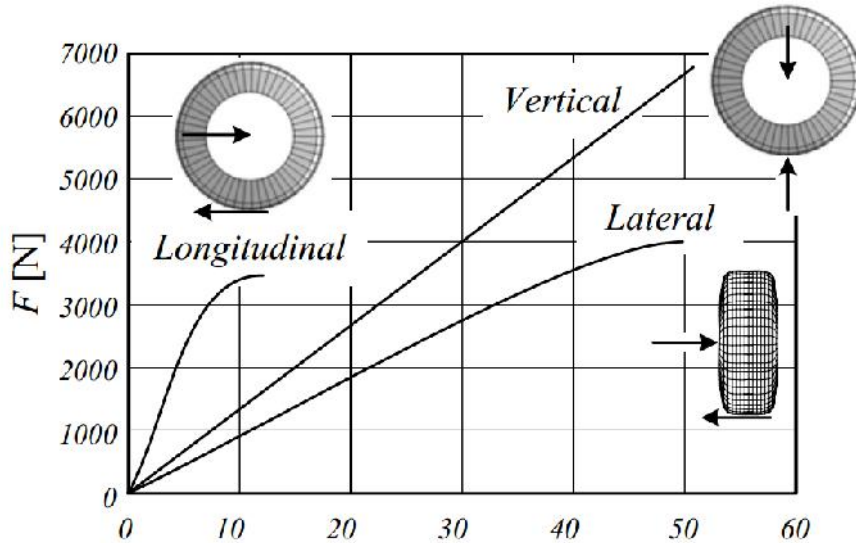
تغییر شکل تایر در هر یک از راستاها مهم‌ترین خصوصیت در دینامیک تایرها است. سختی تایر با آزمایش به دست می‌آید و به خواص مکانیکی تایر وابسته است. همچنین نیروی عمودی از رابطه‌ی (۴-۲) به دست می‌آید.

(۴-۲)

$$F_z = \frac{\partial f}{\partial(\Delta z)} \Delta z$$

در شکل ۵-۲ نیروهای وارد بر تایر در سه راستا مقایسه شده‌اند.

در شکل ۵-۲ نیروهای وارد بر تایر در سه راستا مقایسه شده‌اند.



شکل ۵-۲ نیروهای وارد بر تایر در سه راستا

$$k_z = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\partial f}{\partial(\Delta z)}$$

شیب نمودار سختی است که در صفر با ضریب سختی  $k_z$  نشان داده می‌شود.



### سختی تایر غیرخطی:

در یک مدل سازی بهتر می توان نیروی عمودی تایر را تابعی از تغییر شکل و سرعت تغییر شکل در نظر بگیریم.

$$F_z = F_z(\Delta z, \Delta \dot{z}) = F_{z_s} + F_{z_d} \quad (6-2)$$

نیروی عمودی به دو قسمت دینامیکی و استاتیکی تقسیم می شود. قسمت استاتیکی تابع جابه جایی و قسمت دینامیکی تابع سرعت است.

$$F_{z_s} = k_1 \Delta z + k_2 (\Delta z)^2 \quad (7-2)$$

$$F_{z_d} = k_3 \dot{z} \quad (8-2)$$

که در آن:

$$k_1 = \left. \frac{\partial F_z}{\partial \Delta z} \right|_{\Delta z=0} \quad (9-2)$$

$$k_2 = \left. \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F_z}{\partial (\Delta z)^2} \right|_{\Delta z=0} \quad (10-2)$$

$$k_3 = \left. \frac{\partial F_z}{\partial \dot{z}} \right|_{\dot{z}=0} \quad (11-2)$$

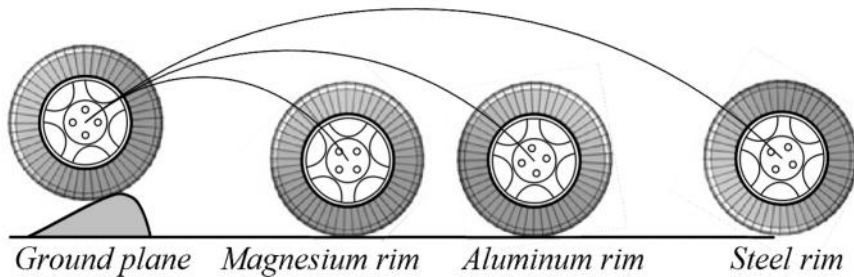
### نیروی اثر تایر

نیروی وارد بر تایر را می توان به دو مولفه عمود بر صفحه ی زمین و مولفه مماس به آن تقسیم کرد. مولفه عمودی از فشار  $z$  به دست می آیند در حالی که نیرو مماسی در دو راستای  $x$  و  $y$  هستند. با توجه به معادلات تعادل زیر حاصل می شود.

$$\int_{A_P} \sigma_z(x, y) dA = F_z \quad (12-2)$$

$$\int_{A_P} \tau_x(x, y) dA = 0 \quad (13-2)$$

$$\int_{A_P} \tau_y(x, y) dA = 0 \quad (14-2)$$

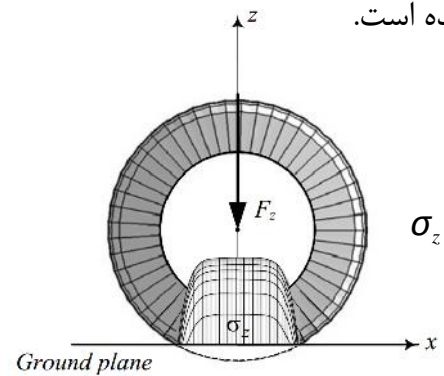






### نیروی عمودی

نیروی عمودی وارد بر تایر به واسطه  $z$  اعمال می‌شود. در شکل ۶-۲ اعمال این نیرو از نمای جانب نشان داده شده است.



شکل ۶-۲ نمای جانب تایر و وارد شدن  $\sigma_z$

تابع  $(x, y)_z$  را می‌توان به صورت زیر تقریب زد.

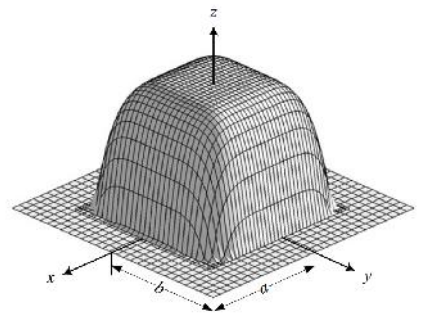
$$\sigma_z(x, y) = \sigma_{z_M} \left( 1 - \frac{x^6}{a^6} - \frac{y^6}{b^6} \right) \quad (15-2)$$

که در آن  $a$  و  $b$  که ابعاد نقطه اثر تایر را نشان می‌دهند با استفاده از تابع زیر تقریب زده می‌شوند.

$$\frac{x^{2n}}{a^{2n}} + \frac{y^{2n}}{b^{2n}} = 1 \quad n \in N \quad (16-2)$$

برای تایرهای شعاعی  $n=3$  یا  $n=2$  تقریب مناسبی است. اما برای تایرهای غیرشعاعی  $n=1$  تقریب مناسب است.

شکل زیر ناحیه تماس تایر را نشان می‌دهد.



شکل ۷-۲ ناحیه تماس تایر

**مثال:** جرم یک خودرو ۸۰۰ کیلوگرم است. ناحیه اثر هر تایر طبق رابطه  $Ap=4.a.b=4 . 5cm . 12cm$  است. بنابراین از رابطه تعادل داریم:

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{1}{4} 800 \times 9.81 \\ &= \int_{A_P} \sigma_z(x, y) dA \\ &= \int_{-0.05}^{0.05} \int_{-0.12}^{0.12} \sigma_{z_M} \left( 1 - \frac{x^6}{0.05^6} - \frac{y^6}{0.12^6} \right) dy dx \\ &= 1.7143 \times 10^{-2} \sigma_{z_M} \end{aligned}$$

که ماکزیمم تنش نرمال:

$$\sigma_{z_M} = \frac{F_z}{1.7143 \times 10^{-2}} = 1.1445 \times 10^5 \text{ Pa}$$

بنابراین توزیع تنش:  $\sigma_z(x, y) = 1.1445 \times 10^5 \left( 1 - \frac{x^6}{0.05^6} - \frac{y^6}{0.12^6} \right) \text{ Pa}$ .





### نیروی مماسی

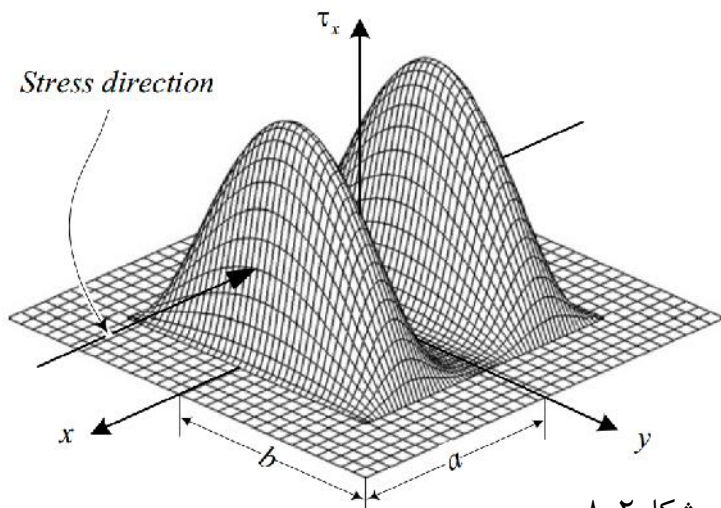
به دلیل تغییر شکل تایر در نقطه تماس با زمین تنش‌ها در سه بعد ایجاد می‌شوند. تنش مماسی به دو مولفه در راستای  $x$  و  $y$  تجزیه می‌شود. این نیرو مقدار ثابتی ندارد و به ساختار تایر، فشار باد تایر و بار وابسته است. تنش مماسی در راستای  $x$  با تابع زیر مدل می‌شود.

$$\tau_x(x, y) = -\tau_{xM} \left( \frac{x^{2n+1}}{a^{2n+1}} \right) \sin^2 \left( \frac{x}{a} \pi \right) \cos \left( \frac{y}{2b} \pi \right) \quad n \in N \quad (17-2)$$

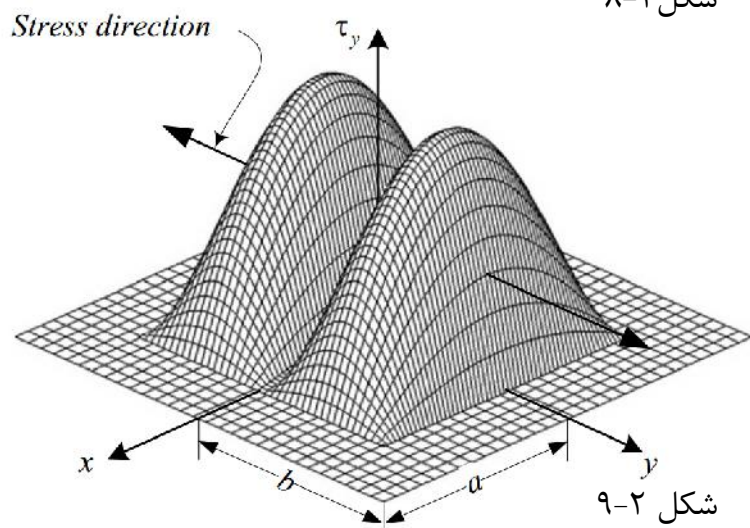
مقدار  $\tau_x$  برای  $x < 0$  مثبت و برای  $x > 0$  منفی است. شکل ۸-۲ توزیع این تنش را برای  $n=1$  نشان می‌دهد. همچنین مقدار  $\tau_y$  با استفاده از رابطه زیر تقریب زده می‌شود:

$$\tau_y(x, y) = -\tau_{yM} \left( \frac{x^{2n}}{a^{2n}} - 1 \right) \sin \left( \frac{y}{b} \pi \right) \quad n \in N \quad (18-2)$$

مقدار  $\tau_y$  برای  $y < 0$  منفی و برای  $y > 0$  مثبت است. شکل ۹-۲ توزیع این تنش را برای  $n=1$  نشان می‌دهد.



شکل ۸-۲



شکل ۹-۲



### شعاع موثر

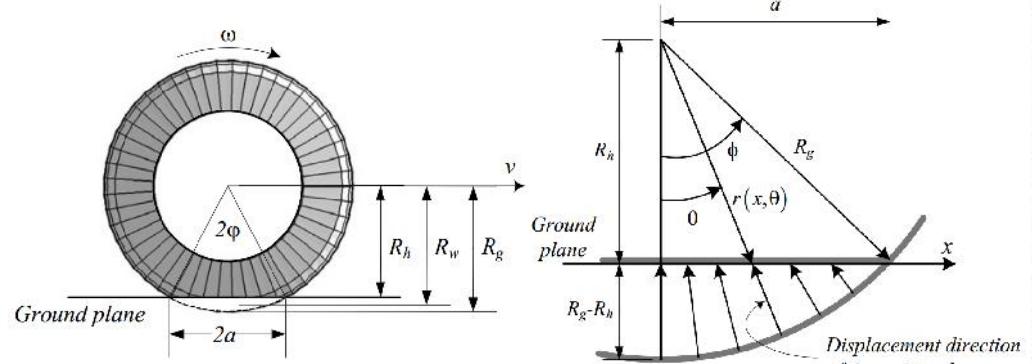
با توجه به یک تایر که تحت بار عمودی بر روی یک سطح صاف می چرخد شعاع موثر  $R_w$  از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$R_w = \frac{v_x}{\omega_w} \quad (۱۹-۲)$$

که در آن  $v_x$  سرعت رو به جلو و  $\omega_w$  سرعت زاویه‌ای چرخ است.  $R_w$  به صورت تقریبی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$R_w \approx R_g - \frac{R_g - R_h}{3} \quad (۲۰-۲)$$

$R_g$  شعاع هندسی و  $R_h$  شعاع چرخ در حالت بارگذاری شده است.



شکل ۱۰-۲ شعاع‌های مختلف تایر

شکل ۱۱-۲ هندسه‌ی تایر در نقطه‌ی تماس

با توجه به شکل ۱۱-۲ می‌توانیم فرمول ۲۱-۲ را بنویسیم.

$$R_g - R_h = R_g (1 - \cos \varphi) \quad (۲۱-۲)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} R_h &= R_g \cos \varphi \\ a &= R_g \sin \varphi. \end{aligned} \quad (۲۲-۲)$$

اگر حرکت تایر با یک دیسک صلب با شعاع  $R_w$  مقایسه شود برای یک

چرخش زاویه‌ای باید به اندازه  $a=R_w$  حرکت کند. بنابراین

$$a = R_g \sin \varphi = R_w \varphi \quad (۲۳-۲)$$

در نتیجه:

$$R_w = \frac{R_g \sin \varphi}{\varphi}. \quad (۲۴-۲)$$

با استفاده از بسط تیلور داریم

$$R_w = R_g \left( 1 - \frac{1}{6} \varphi^2 + O(\varphi^4) \right) \quad (۲۵-۲)$$

با توجه به رابطه ۲۱-۲:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &\approx 1 - \frac{1}{2} \varphi^2 \\ \varphi^2 &\approx 2(1 - \cos \varphi) \\ &\approx 2 \left( 1 - \frac{R_h}{R_g} \right) \end{aligned} \right\} \quad (۲۶-۲)$$

بنابراین:

$$R_w \approx R_g \left( 1 - \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{R_h}{R_g} \right) \right) = \frac{2}{3} R_g + \frac{1}{3} R_h. \quad (۲۷-۲)$$

$R_h$  تابعی از نیروی تایر  $F_z$  است.

$$R_h = R_h(F_z) = R_g - \frac{F_z}{k_z} \quad (۲۸-۲)$$



**نکته :** سختی عمودی تایرهای شعاعی کمتر از تایرهای غیرشعاعی در شرایط یکسان است. بنابراین ارتفاع تایرهای شعاعی کمتر از تایرهای غیر شعاعی است. با این حال شعاع موثر تایرهای شعاعی به شعاع آنها زمانی که تحت بار نیستند نزدیکتر است.

$$\text{برای تایرهای غیر شعاعی} \begin{cases} R_w \approx 0.96R_g \\ R_h \approx 0.94R_g \end{cases}$$

$$\text{برای تایرهای شعاعی} \begin{cases} R_h \approx 0.92R_g \\ R_w \approx 0.98R_g \end{cases}$$

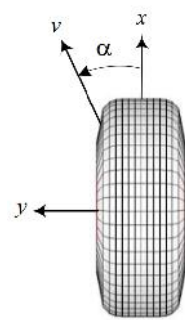
### نیروی جانبی

وقتی که تایر در حال چرخش است مسیر حرکت آن با صفحه‌ی چرخ زاویه را می‌سازد این زاویه با نیروی جانبی متناسب است.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_y &= F_y \hat{j} \\ F_y &= -C_\alpha \alpha \end{aligned} \quad (29-2)$$

$C$  سختی گوشه‌ای (cornering stiffness)

$$\begin{aligned} C_\alpha &= \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\partial (-F_y)}{\partial \alpha} \\ &= \left| \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \right| \end{aligned} \quad (30-2)$$



Top view  
شکل ۱۲-۲

نیروی جانبی فاصله‌ی  $a_x$  را از خط مرکزی نقطه اثر تایر دارد بنابراین گشتاور  $M_z$  را ایجاد می‌کند که گشتاور برگردان نامیده می‌شود و از رابطه زیر حاصل می‌شود.

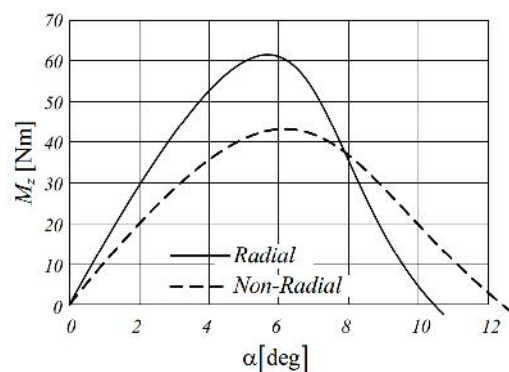
$$\begin{aligned} \mathbf{M}_z &= M_z \hat{k} \\ M_z &= F_y a_{x,\alpha} \end{aligned} \quad (31-2)$$

در  $\alpha$  کوچک گشتاور برگردان تمایل دارد تایر را حول محور X بچرخاند و محور X را با بردار سرعت مطابق کند.

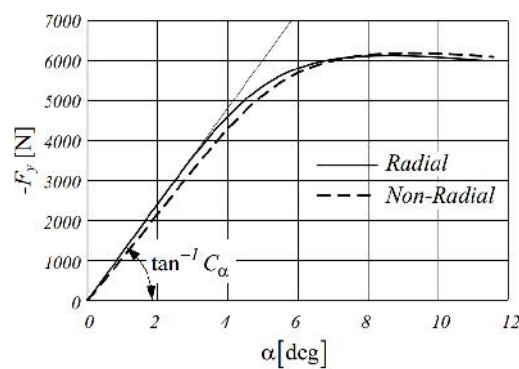
گشتاور برگردان تمایل به کاهش زاویه‌ی  $\alpha$  دارد.

گشتاور برگردان در نیروی عمودی ثابت تابعی از  $\alpha$  است.

نیروی جانبی در نیروی عمودی ثابت تابعی از  $\alpha$  است.



شکل ۱۴-۲ گشتاور برگردان در نیروی عمودی ثابت تابعی از

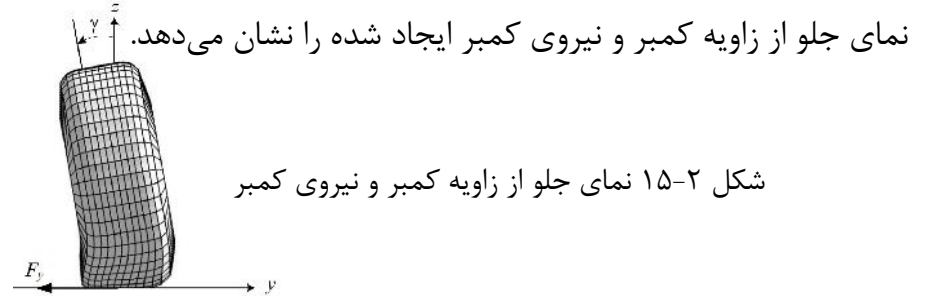


شکل ۱۳-۲ نیروی جانبی در نیروی عمودی ثابت تابعی از



## نیروی کمبر

زاویه کمبر زاویه انحراف تایر از حول محور  $x$  است. این زاویه نیروی جانبی  $F_y$  را که نیروی کمبر نامیده می شود ایجاد می کند. شکل ۲-۱۵



شکل ۲-۱۵ نمای جلو از زاویه کمبر و نیروی کمبر

زاویه کمبر مثبت نیروی جانبی در جهت منفی محور  $y$  ایجاد می کند. نیروی کمبر در زاویه کمبر کوچک با این زاویه متناسب است و به طور

$$\begin{aligned} F_y &= F_y \hat{j} \\ F_y &= -C_\gamma \gamma \end{aligned} \quad \text{مستقیم به بار چرخ } F_z \text{ بستگی دارد. بنابراین:} \quad (2-32)$$

$C$  سختی کمبر تایر نامیده می شود و از رابطه‌ی زیر محاسبه می شود:

$$C_\gamma = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\partial (-F_y)}{\partial \gamma} \quad (2-33)$$

اگر زاویه کمبر و زاویه لغزش کناری وجود داشته باشند نیروی کناری تایر از قانون جمع آثار به دست می آید.

$$F_y = -C_\gamma \gamma - C_\alpha \alpha \quad (2-34)$$

## نیروی طولی

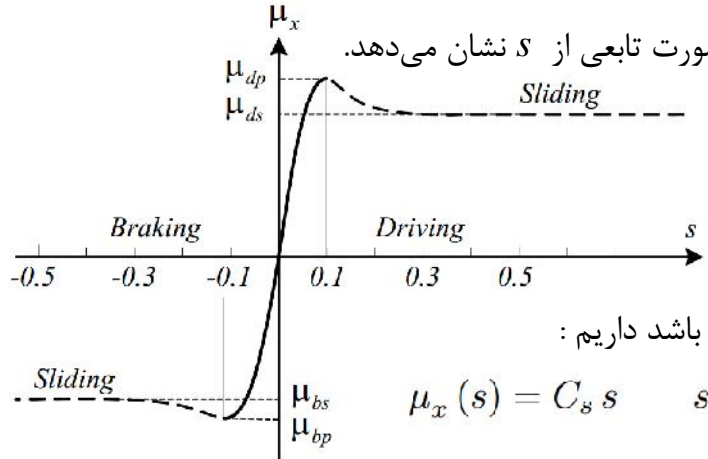
ضریب لغزش طولی تایر از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$s = \frac{R_g \omega_w}{v_x} - 1 \quad (2-35)$$

که در آن  $R_g$  شعاع تایر در حالت بدون بار و  $\omega_w$  سرعت زاویه‌ای تایر،  $v_x$  سرعت رو به جلو تایر است. مقدار ضریب لغزش در زمان رانندگی مثبت و در زمان ترمز

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_x &= F_x \hat{i} \\ F_x &= \mu_x(s) F_z \end{aligned} \quad \text{منفی است. این نیرو با نیروی عمودی متناسب است.} \quad (2-36)$$

که در آن  $\mu_x(s)$  تابعی از  $s$  است و ضریب اصطکاک طولی نامیده می شود. شکل



۲-۱۶  $\mu_x(s)$  را به صورت تابعی از  $s$  نشان می دهد.

$$\mu_x(s) = C_s s \quad s \ll 1 \quad (2-37)$$

$C_s$  ضریب لغزش طولی نامیده می شود. وقتی تایر می چرخد  $s > 0.1$  و ضریب اصطکاک ثابت است، پدیده مشابه در ترمزگیری نیز اتفاق می افتد.





## مثال ۲: تایرهای عریض

تایرهای عریض اثر تایر کوتاهتری نسبت به تایرهای کم عرض بروی جاده میگذارند چراکه سطح بیشتری از تایر با سطح جاده در تماس است و این امر باعث ایجاد اصطکاک بیشتر می شود که در نتیجه اثر تایر کوتاهتری روی سطح جاده باقی می گذارند. از این موضوع می توان نتیجه گرفت که هر چقدر تایر عریض تر باشد، نیروی عرضی بیشتری را تولید می کند که در عمل یعنی تایر چسبندگی بالاتری داشته که باعث می شود با کمترین میزان لغزش روبه رو شویم. یعنی در زمان کوتاهتری می توان شتاب و یا ترمز گرفت و اگر اندازه تایرهای روی محورهای محرک و غیر محرک درست انتخاب شده باشند، باعث فرمان پذیری بهتر و تعادل عرضی دینامیکی بیشتر خودرو خواهند شد.



معمولا تایر عریض روی محور محرک قرار دارد

## مثال ۳: مدل روابط سینوسی تایر

در چند دهه پیش یک سری از توابع کاربردی سینوسی بر اساس مدل های تجربی به دست آمد که می توان از آنها برای مدل سازی کامپیوتری نیروی های تایر استفاده کرد. این نیروها به شرح زیراند:

$$F_y = A \sin \{ B \tan^{-1} (C \Phi) \}$$

$$\Phi = (1 - E) (\alpha + \delta) \mu F_z$$

$$C = \frac{C_\alpha}{AB}$$

$$C_\alpha = C_1 \sin \left( 2 \tan^{-1} \frac{F_z}{C_2} \right)$$

$A, B$  = Shape factors

$C_1$  = Maximum cornering stiffness

$C_2$  = Tire load at maximum cornering stiffness

