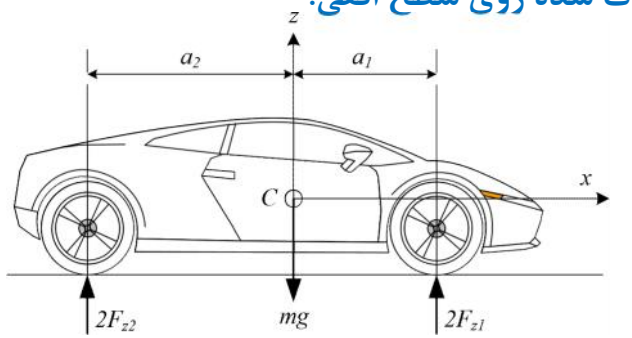
فصل اول: دینامیک جسم صلب خودرو

مقدمه

این مبحث به بررسی حرکت یک خودروی صلب ایده‌ال می‌پردازد. از مقاومت هوا صرف‌نظر شده و با بررسی بارگذاری‌های مختلف تایر، حدود شتاب‌گیری و قابلیت‌های حرکتی خودرو را بررسی می‌شود.

خودرو پارک شده روی سطح افقی:



$$l = a_1 + a_2$$

$$\begin{cases} \sum F_z = 0 & (2.4) \\ \sum M_y = 0 & (2.5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg = 0 & (2.6) \\ -2F_{z_1}a_1 + 2F_{z_2}a_2 = 0 & (2.7) \end{cases}$$

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{a_1 + a_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l} \quad (2.8)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l} \quad (2.9)$$

مثال۱: جرم خودرویی 890 kg است. مرکز جرم آن 78 cm پشت محور چرخ جلو است و فاصله محور دو چرخ جلو وعقب 235 cm است، نیروی روی چرخ ها برابراست با :

$$a_1 = 0.78\,\mathrm{m} \quad (2.10)$$

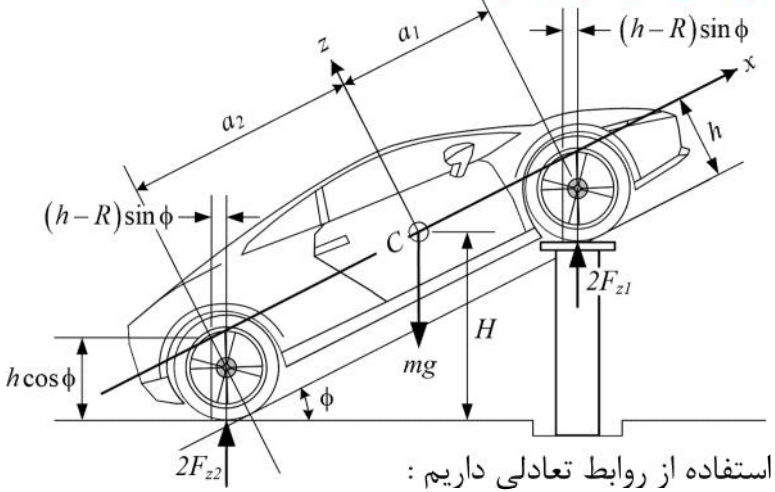
$$l = 2.35\,\mathrm{m} \quad (2.11)$$

$$m = 890\,\mathrm{kg} \quad (2.12)$$

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l} = \frac{1}{2}890 \times 9.81 \times \frac{2.35 - 0.78}{2.35} = 2916.5\,\mathrm{N} \quad (2.13)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l} = \frac{1}{2}890 \times 9.81 \times \frac{0.78}{2.35} = 1449\,\mathrm{N}. \quad (2.14)$$

مثال۲: ارتفاع مرکز جرم



با استفاده از روابط تعادلی داریم :

$$\sum F_Z = 0 \qquad (2.27)$$

$$\sum M_y = 0. \qquad (2.28)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg = 0 \qquad (2.29)$$

$$-2F_{z_1}(a_1\cos\phi - (h-R)\sin\phi) + 2F_{z_2}(a_2\cos\phi + (h-R)\sin\phi) = 0 \qquad (2.30)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg - F_{z_1} \qquad (2.31)$$

$$h = \frac{F_{z_1}(R\sin\phi + a_1\cos\phi) + F_{z_2}(R\sin\phi - a_2\cos\phi)}{mg\sin\phi} = R + \frac{a_1F_{z_1} - a_2F_{z_2}}{mg}\cot\phi = R + \left(2\frac{F_{z_1}}{mg}l - a_2\right)\cot\phi \qquad (2.32)$$

برای مثال خودرویی شرایط زیر دارد:

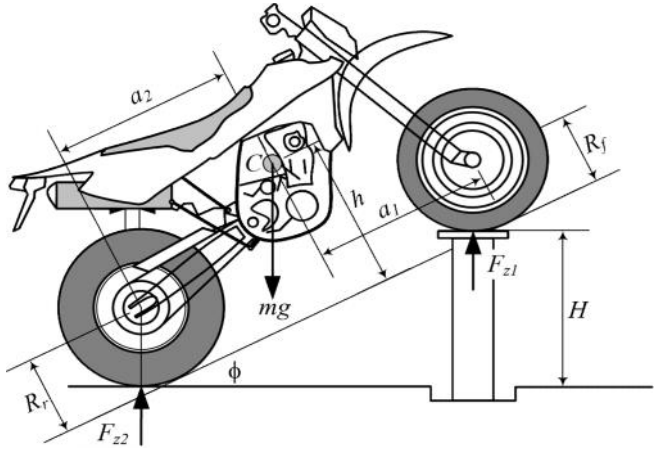
$$\begin{aligned} m &= 2000\,\text{kg} & \phi &= 30\,\text{deg} \approx 0.5236\,\text{rad} \\ 2F_{z_1} &= 18000\,\text{N} & a_1 &= 110\,\text{cm} \\ l &= 230\,\text{cm} & R &= 30\,\text{cm} \end{aligned} \qquad (2.33)$$

و بعد از جایگذاری داری: h=34 cm

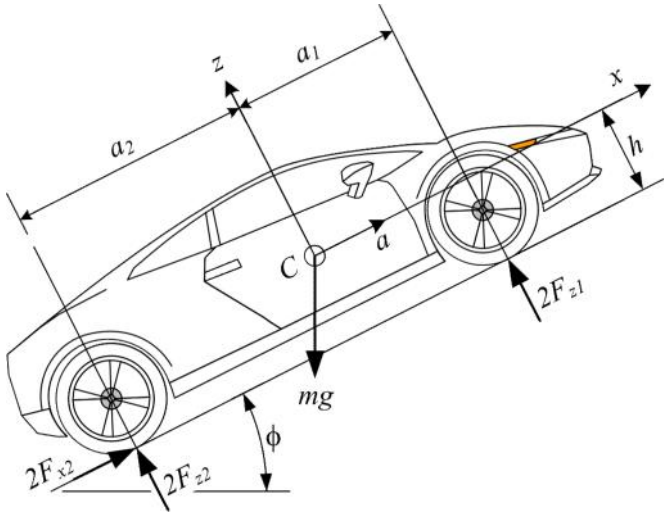
مثال۳:تایرها با سایز متفاوت

بعضی از خودروها و موتور سیکلت‌ها برای کارایی بهتر تایرهایی با سایز متفاوت دارند.
با توجه به شکل و روابط مثال قبل داریم :

$$h = \frac{F_{z_2}(a_1+a_2)}{mg} - a_1\cos\left(\sin^{-1}\frac{H}{a_1+a_2}\right) + \frac{R_f+R_r}{2} \qquad (2.35)$$



خودرو پارک شده روی سطح شیب دار:



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & (2.38) \\ \sum F_z = 0 & (2.39) \\ \sum M_y = 0 & (2.40) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2F_{x_2} - mg\sin\phi = 0 & (2.41) \\ 2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi = 0 & (2.42) \\ -2F_{z_1}a_1 + 2F_{z_2}a_2 - 2F_{x_2}h = 0. & (2.43) \end{cases}$$

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l}\cos\phi - \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi \quad (2.44)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l}\cos\phi + \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi \quad (2.45)$$

$$F_{x_2} = \frac{1}{2}mg\sin\phi \quad (2.46)$$

مثال۴: حداکثر زاویه شیب

با افزایش شیب، مقدار نیروی ترمزی برای نگه داشتن خودرو هم افزایش پیدا می‌کند. اما شیب را تا حدی می‌توان افزایش داد که نیروی اصطکاک بین تایر و سطح مانع از لیزخوردن خودرو باشد که این زاویه برابر φ_M است. در این زاویه ماکزیمم نیروی ترمز با نیروی عمود F_{Z2} متناسب است:

$$F_{x_2} = \mu_{x_2}F_{z_2} \quad (2.47)$$

$$2\mu_{x_2}F_{z_2} - mg\sin\phi_M = 0 \quad (2.48)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi_M = 0 \quad (2.49)$$

$$2F_{z_1}a_1 - 2F_{z_2}a_2 + 2\mu_{x_2}F_{z_2}h = 0. \quad (2.50)$$

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l}\cos\phi_M - \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi_M \quad (2.51)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l}\cos\phi_M + \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi_M \quad (2.52)$$

$$\tan\phi_M = \frac{a_1\mu_{x_2}}{l - \mu_{x_2}h} \quad (2.53)$$

برای مثال خودرویی شرایط زیر دارد:

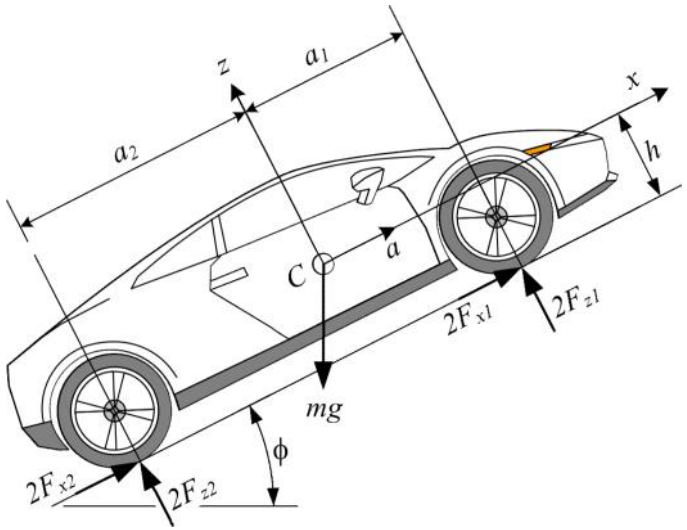
$$\begin{aligned} \mu_{x_2} &= 1 \\ a_1 &= 110\,\text{cm} \\ l &= 230\,\text{cm} \\ h &= 35\,\text{cm} \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\phi_M \approx 0.514\,\text{rad} \approx 29.43\,\text{deg}. \quad (2.55)$$

مثال۵: ترمز گیری چهار چرخ

فرض کنید یک خودرو در یک سر بالایی با ترمز روی سطح ایستاده است.

در اینجا ۲ نیروی ترمزی محور جلو و عقب F_{x1} و F_{x2} موجودند.



برای این سناریو معادلات تعادلی به این صورت است:

$$2F_{x_1} + 2F_{x_2} - mg\sin\phi = 0 \qquad (2.72)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi = 0 \qquad (2.73)$$

$$-2F_{z_1}a_1 + 2F_{z_2}a_2 - (2F_{x_1} + 2F_{x_2})\,h = 0. \qquad (2.74)$$

این معادلات نیروی ترمز و نیروی واکنش به آنها را در زیر تایرها را نشان می‌دهد.

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l}\cos\phi - \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi \qquad (2.75)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l}\cos\phi + \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi \qquad (2.76)$$

$$F_{x_1} + F_{x_2} = \frac{1}{2}mg\sin\phi \qquad (2.77)$$

در زاویه نهایی $\varphi=\varphi_M$ تمام چرخ‌ها همزمان شروع به لغزش می‌کنند:

$$F_{x_1} = \mu_{x_1}F_{z_1} \qquad (2.78)$$

$$F_{x_2} = \mu_{x_2}F_{z_2}. \qquad (2.79)$$

معادلات تعادلی این موضوع را به خوبی نشان می‌دهد:

$$2\mu_{x_1}F_{z_1} + 2\mu_{x_2}F_{z_2} - mg\sin\phi_M = 0 \qquad (2.80)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi_M = 0 \qquad (2.81)$$

$$-2F_{z_1}a_1 + 2F_{z_2}a_2 - \left(2\mu_{x_1}F_{z_1} + 2\mu_{x_2}F_{z_2}\right)h = 0. \qquad (2.82)$$

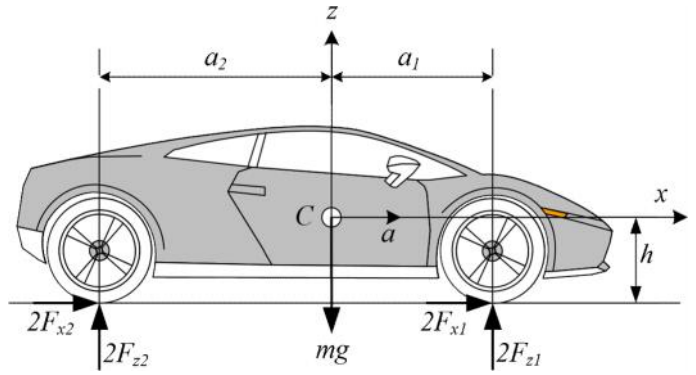
با در نظر گرفتن $\mu_{x_1} = \mu_{x_2} = \mu_x$:

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l}\cos\phi_M - \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi_M \qquad (2.84)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l}\cos\phi_M + \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\sin\phi_M \qquad (2.85)$$

$$\tan\phi_M = \mu_x. \qquad (2.86)$$

شتاب گیری خودرو روی سطح افقی



با استفاده از روابط تعادلی:

$$\sum F_x = ma \qquad (2.89)$$

$$\sum F_z = 0 \qquad (2.90)$$

$$\sum M_y = 0. \qquad (2.91)$$

با معادلات حرکت، ۳ معادله و ۴ مجهول F_{z2} ,F_{z1} ,F_{x2} ,F_{x1} را داریم:

$$2F_{x_1} + 2F_{x_2} = ma \qquad (2.92)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg = 0 \qquad (2.93)$$

$$-2F_{z_1}a_1 + 2F_{z_2}a_2 - 2\left(F_{x_1} + F_{x_2}\right)h = 0 \qquad (2.94)$$

گرچه این ممکن است که $F_{x2}+ F_{x1}$ را با کمک معادله اول و سوم حذف کرد و بعد نیروهای عمودی F_{z2} ,F_{z1} را به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} F_{z_1} &= (F_{z_1})_{st} + (F_{z_1})_{dyn} \\ &= \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l} - \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\frac{a}{g} \end{aligned} \qquad (2.95)$$

$$\begin{aligned} F_{z_2} &= (F_{z_2})_{st} + (F_{z_2})_{dyn} \\ &= \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l} + \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\frac{a}{g} \end{aligned} \qquad (2.96)$$

قسمت استاتیکی توزیع وزن در حالت ایستاده نشان می‌دهد که به موقعیت افقی مرکز جرم بستگی دارد:

$$(F_{z_1})_{st} = \frac{1}{2}mg\frac{a_2}{l} \qquad (2.97)$$

$$(F_{z_2})_{st} = \frac{1}{2}mg\frac{a_1}{l} \qquad (2.98)$$

قسمت دینامیکی توزیع وزن را در حال شتاب گیری افقی را نشان می دهد:

$$(F_{z_1})_{dyn} = -\frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\frac{a}{g} \qquad (2.99)$$

$$(F_{z_2})_{dyn} = \frac{1}{2}mg\frac{h}{l}\frac{a}{g} \qquad (2.100)$$

$$F_{z_1} = (F_{z_1})_{st} + (F_{z_1})_{dyn} \qquad F_{z_2} = (F_{z_2})_{st} + (F_{z_2})_{dyn}$$

مثال۶: زمان شتاب ۰ تا ۱۰۰ خودرویی با مشخصات زیر بروی جاده افقی

$length$	$= 4245\,\mathrm{mm}$	$wheel\ base$	$= 2272\,\mathrm{mm}$	h	$= 220\,\mathrm{mm}$
$width$	$= 1795\,\mathrm{mm}$	$front\ track$	$= 1411\,\mathrm{mm}$	μ_x	$= 1$
$height$	$= 1285\,\mathrm{mm}$	$rear\ track$	$= 1504\,\mathrm{mm}$	a_1	$= a_2$
$net\ weight$	$= 1500\,\mathrm{kg}$				

فرض می‌کنیم خودرو محرک عقب است و موتور خودرو می‌تواند ماکزیمم ترکشن را با توجه به اصطکاک تایر و جاده تولید کند با توجه به F_{z2} داریم:

$$2F_{x_2} = 2\mu_x F_{z_2} = \mu_x mg\frac{a_1}{l} + \mu_x mg\frac{h}{l}\frac{1}{g}a = m\,a. \quad (2.112)$$

$$a = \ddot{x} = \frac{\mu_x g\frac{a_1}{l}}{1-\mu_x g\frac{h}{l}\frac{1}{g}} = g\mu_x\frac{a_1}{l-h\mu_x} \quad (2.113)$$

$$v = 100\,\mathrm{km/h} \approx 27.78\,\mathrm{m/s}$$

$$\int_0^{27.78} dv = \int_0^t a\,dt \quad (2.114)$$

$$t = \frac{27.78}{g\mu_x\frac{a_1}{l-h\mu_x}} \approx 5.11\,\mathrm{s} \quad (2.115)$$

اگر فرض می‌کنیم خودرو محرک جلو باشد داریم :

$$2F_{x_1} = 2\mu_x F_{z_1} = \mu_x mg\frac{a_2}{l} - \mu_x mg\frac{h}{l}\frac{1}{g}a = m\,a. \quad (2.116)$$

$$a = \ddot{x} = \frac{\mu_x g\frac{a_2}{l}}{1+\mu_x g\frac{h}{l}\frac{1}{g}} = g\mu_x\frac{a_2}{l+h\mu_x}. \quad (2.117)$$

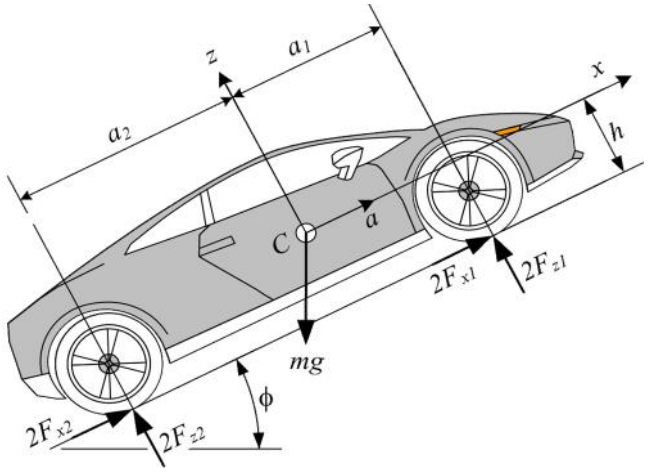
$$t = \frac{27.78}{g\mu_x\frac{a_2}{l+h\mu_x}} \approx 6.21\,\mathrm{s}. \quad (2.118)$$

اگر فرض می‌کنیم خودرو ۴ چرخ محرک باشد داریم :

$$2F_{x_1} + 2F_{x_2} = 2\mu_x\,(F_{z_1} + F_{z_2}) = \frac{g}{l}m\,(a_1+a_2) = m\,a. \quad (2.119)$$

$$t = \frac{27.78}{g} \approx 2.83\,\mathrm{s}. \quad (2.120)$$

شتاب‌گیری خودرو روی سطح شیب دار



همانند حالت قبل با استفاده از روابط تعادلی:

$$\sum F_x = ma \qquad (2.123)$$

$$\sum F_z = 0 \qquad (2.124)$$

$$\sum M_y = 0. \qquad (2.125)$$

۳ معادله حرکت و ۴ مجهول $F_{x1}, F_{x2}, F_{z1}, F_{z2}$

$$2F_{x_1} + 2F_{x_2} - mg\sin\phi = ma \qquad (2.126)$$

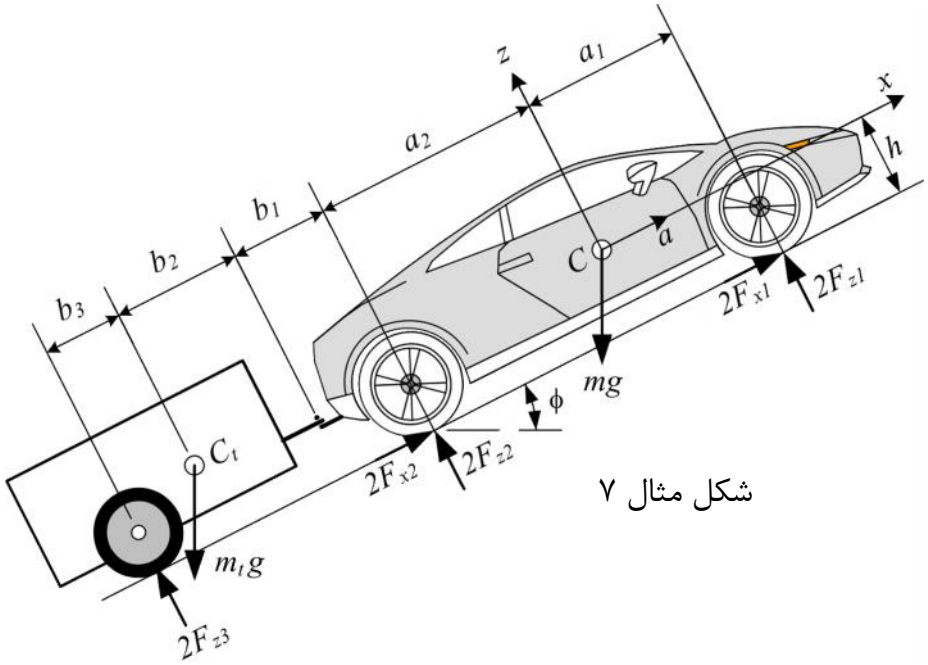
$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi = 0 \qquad (2.127)$$

$$2F_{z_1}a_1 - 2F_{z_2}a_2 + 2\left(F_{x_1} + F_{x_2}\right)h = 0 \qquad (2.128)$$

و به همان روش در حالت قبل داریم :

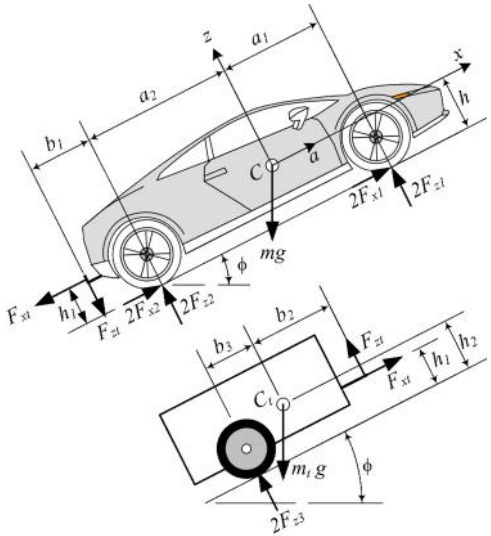
$$\begin{aligned} F_{z_1} &= (F_{z_1})_{st} + (F_{z_1})_{dyn} \\ &= \frac{1}{2}mg\left(\frac{a_2}{l}\cos\phi - \frac{h}{l}\sin\phi\right) - \frac{1}{2}ma\frac{h}{l} \qquad (2.129) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{z_2} &= (F_{z_2})_{st} + (F_{z_2})_{dyn} \\ &= \frac{1}{2}mg\left(\frac{a_1}{l}\cos\phi + \frac{h}{l}\sin\phi\right) + \frac{1}{2}ma\frac{h}{l} \qquad (2.130) \end{aligned}$$



شکل مثال ۷

مثال۷: خودرو با تریلر



با استفاده از روابط تعادلی داریم :

$$\sum F_x = m_t a \tag{2.146}$$
$$\sum F_z = 0 \tag{2.147}$$
$$\sum M_y = 0 \tag{2.148}$$
$$F_{x_t} - m_t\, g \sin\phi = m_t\, a \tag{2.149}$$
$$2F_{z_3} - F_{z_t} - m_t\, g\cos\phi = 0 \tag{2.150}$$
$$2F_{z_3} b_3 - F_{z_t} b_2 - F_{x_t}\,(h_2 - h_1) = 0 \tag{2.151}$$
$$2F_{x_1} + 2F_{x_2} - F_{x_t} - mg\sin\phi = ma \tag{2.152}$$
$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - F_{z_t} - mg\cos\phi = 0 \tag{2.153}$$
$$2F_{z_1} a_1 - 2F_{z_2} a_2 + 2\,(F_{x_1} + F_{x_2})\,h - F_{x_t}\,(h - h_1) + F_{z_t}\,(b_1 + a_2) = 0 \tag{2.154}$$

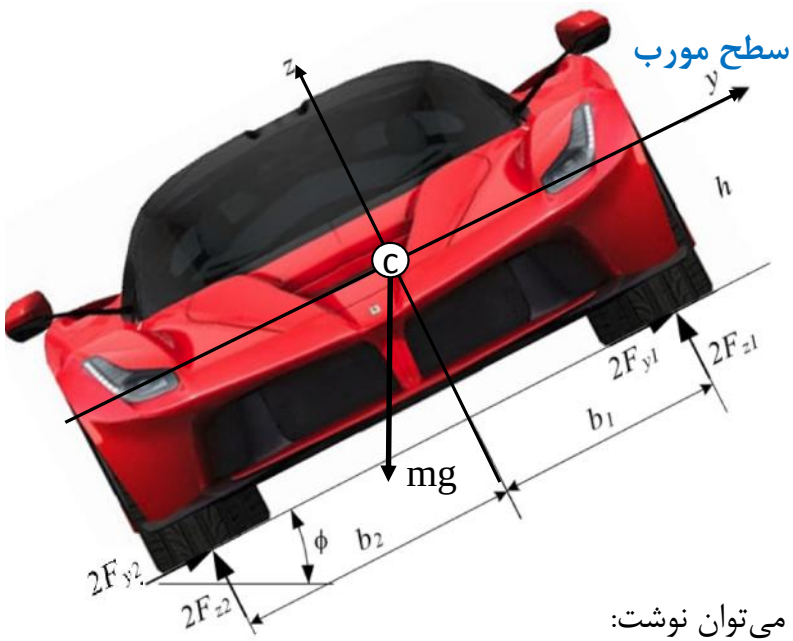
حال اگر F_{x1} و F_{x2} را داشته باشیم، ۶ مجهول به‌دست می‌آید:

$$a = \frac{2}{m+m_t}\,(F_{x_1} + F_{x_2}) - g\sin\phi \tag{2.155}$$
$$F_{x_t} = \frac{2m_t}{m+m_t}\,(F_{x_1} + F_{x_2}) \tag{2.156}$$
$$F_{z_t} = \frac{h_1 - h_2}{b_2 - b_3}\frac{2m_t}{m+m_t}\,(F_{x_1} + F_{x_2}) + \frac{b_3}{b_2 - b_3} m_t\, g\cos\phi \tag{2.157}$$
$$F_{z_1} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3} m_t + \frac{a_2}{b_3} m\right) g\cos\phi + \left[\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3}\,(h_1 - h_2)\,m_t - h_1 m_t - hm\right]\frac{F_{x_1} + F_{x_2}}{l\,(m+m_t)} \tag{2.158}$$
$$F_{z_2} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3} m_t + \frac{a_1}{b_3} m\right) g\cos\phi + \left[\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3}\,(h_1 - h_2)\,m_t + h_1 m_t + hm\right]\frac{F_{x_1} + F_{x_2}}{l\,(m+m_t)} \tag{2.159}$$
$$F_{z_3} = \frac{1}{2}\frac{b_2}{b_2 - b_3} m_t\, g\cos\phi + \frac{h_1 - h_2}{b_2 - b_3}\frac{m_t}{m+m_t}\,(F_{x_1} + F_{x_2}) \tag{2.160}$$
$$l = a_1 + a_2. \tag{2.161}$$

ولی اگر شتاب a را داشته باشیم، این مجهولات به‌دست می‌آید:

$$F_{x_1} + F_{x_2} = \frac{1}{2}\,(m+m_t)\,(a + g\sin\phi) \tag{2.162}$$
$$F_{x_t} = m_t\,(a + g\sin\phi) \tag{2.163}$$
$$F_{z_t} = \frac{h_1 - h_2}{b_2 - b_3} m_t\,(a + g\sin\phi) + \frac{b_3}{b_2 - b_3} m_t\, g\cos\phi \tag{2.164}$$
$$F_{z_1} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3} m_t + \frac{a_2}{b_3} m\right) g\cos\phi + \frac{1}{2l}\left[\frac{2a_2 - b_1}{b_2 - b_3}\,(h_1 - h_2)\,m_t - h_1 m_t - hm\right](a + g\sin\phi) \tag{2.165}$$
$$F_{z_2} = \frac{b_3}{2l}\left(\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3} m_t + \frac{a_1}{b_3} m\right) g\cos\phi + \frac{1}{2l}\left[\frac{a_1 - a_2 + b_1}{b_2 - b_3}\,(h_1 - h_2)\,m_t + h_1 m_t + hm\right](a + g\sin\phi) \tag{2.166}$$
$$F_{z_3} = \frac{1}{2}\frac{m_t}{b_2 - b_3}\,(b_2\, g\cos\phi + (h_1 - h_2)\,(a + g\sin\phi)) \tag{2.167}$$
$$l = a_1 + a_2.$$

خودرو روی سطح مورب



با توجه به شکل می‌توان نوشت:

$$2F_{y_1} + 2F_{y_2} - mg\sin\phi = 0 \qquad (2.204)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi = 0 \qquad (2.205)$$

$$2F_{z_1}b_1 - 2F_{z_2}b_2 + 2\left(F_{y_1} + F_{y_2}\right)h = 0. \qquad (2.206)$$

فرض می‌کنیم که نیروی زیر تایرهای جلو و عقب یکسانند و برای انجام محاسبات $F_{y2}+F_{y1}$ یک مجهول در نظر گرفته می‌شوند:

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{b_2}{w}\cos\phi - \frac{1}{2}mg\frac{h}{w}\sin\phi \qquad (2.207)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{b_1}{w}\cos\phi + \frac{1}{2}mg\frac{h}{w}\sin\phi \qquad (2.208)$$

$$F_{y_1} + F_{y_2} = \frac{1}{2}mg\sin\phi \qquad (2.209)$$

در زاویه نهایی φ_M چرخ‌ها همزمان شروع به لیزخوردن می‌کنند:

$$F_{y_1} = \mu_{y_1}F_{z_1} \qquad (2.210)$$

$$F_{y_2} = \mu_{y_2}F_{z_2}. \qquad (2.211)$$

روابط تعادلی نشان می‌دهند:

$$2\mu_{y_1}F_{z_1} + 2\mu_{y_2}F_{z_2} - mg\sin\phi = 0 \qquad (2.212)$$

$$2F_{z_1} + 2F_{z_2} - mg\cos\phi = 0 \qquad (2.213)$$

$$2F_{z_1}b_1 - 2F_{z_2}b_2 + 2\left(\mu_{y_1}F_{z_1} + \mu_{y_2}F_{z_2}\right)h = 0. \qquad (2.214)$$

با فرض اینکه:

$$\mu_{y_1} = \mu_{y_2} = \mu_y \qquad (2.215)$$

روابط زیر به‌دست می‌آیند :

$$F_{z_1} = \frac{1}{2}mg\frac{b_2}{w}\cos\phi_M - \frac{1}{2}mg\frac{h}{w}\sin\phi_M \qquad (2.216)$$

$$F_{z_2} = \frac{1}{2}mg\frac{b_1}{w}\cos\phi_M + \frac{1}{2}mg\frac{h}{w}\sin\phi_M \qquad (2.217)$$

$$\tan\phi_M = \mu_y. \qquad (2.218)$$

۳ رابطه بالا تا زمانی برقرار است که ۲ شرط زیر رعایت شوند:

$$\tan\phi_M \leq \frac{b_2}{h} \qquad (2.219)$$

$$\mu_y \leq \frac{b_2}{h}. \qquad (2.220)$$

اگر رابطه (2.220) رعایت نشود، در واقع خودرو به سمت پایین رول می‌کند.

مثال۸: خودرو روی سطح مورب

مشخصات خودرو :

$$\begin{aligned} m &= 980\,\mathrm{kg} \\ h &= 0.6\,\mathrm{m} \\ w &= 1.52\,\mathrm{m} \\ b_1 &= b_2 \end{aligned} \qquad (2.221)$$

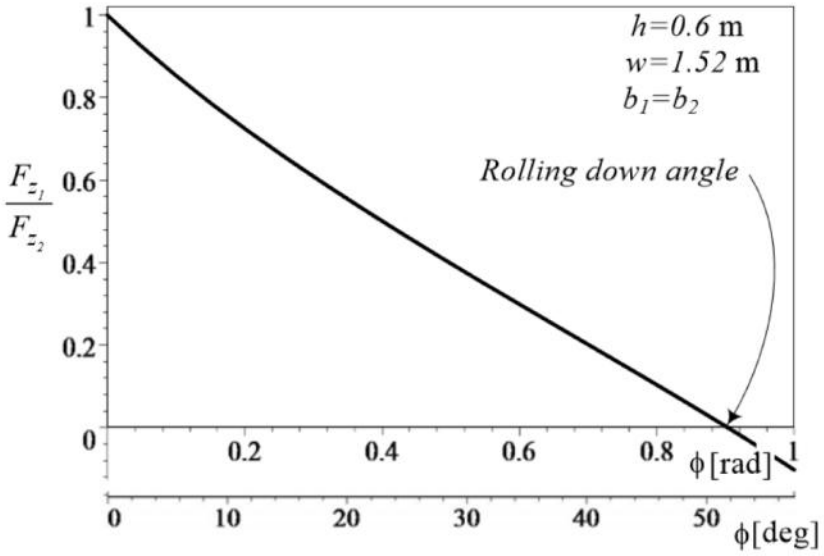
این خودرو بروی جاده مورب با زاویه φ=4° قرار دارد. نیروهای زیر تایرهای بالایی و پایینی به این صورت است:

$$\begin{aligned} F_{z_1} &= 2265.2\,\mathrm{N} \\ F_{z_2} &= 2529.9\,\mathrm{N} \\ F_{y_1} + F_{y_2} &= 335.3\,\mathrm{N} \end{aligned} \qquad (2.222)$$

نسبت نیروهای بالایی به پایینی فقط به مرکز جرم بستگی دارد

$$\frac{F_{z_1}}{F_{z_2}} = \frac{b_2 \cos\phi - h \sin\phi}{b_1 \cos\phi + h \sin\phi} \qquad (2.223)$$

اگر مرکز جرم در فاصله عرضی متقارنی باشد یعنی $b_1=b_2=\omega/2$



$$\frac{F_{z_1}}{F_{z_2}} = \frac{w \cos\phi - 2h \sin\phi}{w \cos\phi + 2h \sin\phi}. \qquad (2.224)$$

نمودار بالا تغییرات F_{z1}/F_{z2} به عنوان تابعی از φ نشان می‌دهد.

برای h=0.6m و w =1.52m زاویه غلتش به سمت پایین برابر است با:

$\varphi_M = \tan^{-1}(b_2/h) = 51.71\mathrm{deg}$ که نشان‌دهنده زاویه مورب جاده است که در آن لحظه نیروی زیر تایرهای بالایی صفر شده و خودرو شروع به غلتیدن می‌کند.