

به نام خالق مهربان

نمونه سوالات معادلات دیفرانسیل

۱. نشان دهید معادله  $y' = y^2 + 8xy + 16x^2 - 5$  دارای جوابی به فرم  $ax + b$  است. و جواب عمومی معادله بالا را بیابید.

۲. جواب عمومی معادله  $x^3 y'' + xy' - y = e^{\frac{1}{x}}$  را بیابید.

۳. جواب معادله (عمومی)  $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \cos^2 x$  را به روش ضرایب نامعین بیابید.

۴. الف) اگر یک سری منحنی به صورتی باشند که  $y' = f(x, y)$  نشان دهید دسته منحنی های دیگر که با سری اول زاویه  $\theta$  می سازند و  $\theta \neq \frac{\pi}{4}$  دو رابطه زیر صدق می کنند.

$$y' = \frac{f(x, y) + \tan \theta}{1 - f(x, y) \tan \theta}$$

ب) اگر یک سری منحنی ها بصورت  $y = cx$  باشند دسته منحنی هایی را بیابید که با سری بالا زاویه  $\frac{\pi}{4}$  بسازند.

۵. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.  
 $(x - y^2 x)y' + y + x^2 y = 0$

۶. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید  
 $x^2(x dy + y dx) + y(x dy - y dx) = 0$

۷. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید  
 $xy'' - (1+x)y' + y = x^2 e^{2x}$

۸. با استفاده از تغییر متغیر  $z = 1/x$  جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید  
 $x^4 y'' + 2x^3 y' - 4y = 1/x$

۹. جواب معادله دیفرانسیل زیر با شرط اولیه داده شده ؛ را بدست آورید.

$$xy' + y + x\sqrt{1 - x^2 y^2} = 0, y(0) = 0$$

۱۰. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید.  
 $(x^2 \ln y - x)y' - y = 0$

۱۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر را با یافتن یک جواب خصوصی معادله همگن مربوط به آن بیابید.  
 $xy'' + (1 - 2x)y' + (x - 1)y = x$

۱۲. با محاسبه ضرایب نامعین؛ جواب عمومی معادله زیر را بدست آورید.  
 $y'' + 9y = 36x \cos 3x + 2e^x \sinh x$

۱۳. جواب عمومی معادله زیر را به دست آورید.  
 $2xyy' + x^2 - y^2 = 0$

۱۴. معادله زیر را حل کنید.  
 $yy' \sin x = \cos x (\sin x - y^2)$

۱۵. فرم کلی یک جواب خصوصی از معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (محاسبه ضرایب لازم نیست.)

$$y'' - 2y' + 3y = x^3 + e^x \cos(2x) + \sin(\sqrt{2}x) \sinh x$$

۱۶. اگر  $y_1 = \frac{\sin x}{x}$  جوابی از معادله همگن نظیر معادله زیر باشد، جواب عمومی معادله غیر همگن را بیابید.

$$xy'' + 2y' + xy = \cot gx$$

۱۷. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.  
 $(x + \sin y) \sin y dx + 2x^2 \cos y dy = 0$

۱۸. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.  
 $y' = \frac{y(1 - xye^x)}{x(1 + ye^x)}$

۱۹. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید.  
 $y'' - 3y' + 2y = \cos(e^{-x})$

۲۰. با استفاده از روش ضرایب نامعین، فرم کلی یک جواب خاص معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (محاسبه ضرایب لازم نیست)

$$y'' + 2y' + 2y = e^x \sin^2\left(\frac{x}{4}\right) \cosh 2x$$

۲۱. جواب معادله دیفرانسیل زیر، با شرط داده شده اولیه را به دست آورید.  
 $y(0) = \frac{\pi}{4}$   
 $(1 - y^2) = y'(xy + \sqrt{(1 - y^2)^3} \sin y)$

۲۲. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.  
 $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1}y})y' = 0$

۲۳. اگر  $y_1 = \cos \frac{x^2}{4}$  جوابی از قسمت همگن نظیر معادله  $xy'' - y' + x^3y = x^5$  باشد، عمومی معادله (غیرهمگن) را بیابید.

۲۴. یک جواب خصوصی برای معادله دیفرانسیل زیر بیابید.  
 $y'' + 2y' + 5y = 2e^{-x} \sin^2 x$

۲۵. جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه اول زیر را بدست آورید.

$$(x - 3y + 3)dx - (2x - 6y + 1)dy = 0$$

۲۶. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید.  
 $(xe^x \sin y + 1)dx + (xe^x \cos y + \frac{x}{y})dy = 0$        $y(1) = \pi$

۲۷. جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر را بدست آورید  
 $x^2y'' - xy' + y = \frac{x}{1 + \ln^2 x}$        $x > 0$

۲۸. فرم کلی یک جواب خصوصی از معادله دیفرانسیل زیر را به روش ضرایب نامعین بدست آورید (محاسبه ضرائب لازم نیست).

$$y'' - 2y' + 5y = 2x^2 e^x \cos^2 x + 1$$