

۱. ریشه‌های معادله‌ی $\sin z = 2\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98}$ را بیابید.

۲. قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ را بیابید.

۳. تصویر نواحی زیر را تحت نگاشت $w = e^z$ بیابید:

۱) $\{x + iy \mid x = 3, -\pi \leq y \leq \frac{\pi}{3}\},$

۲) $\{x + iy \mid -5 \leq x \leq 5, y = \frac{\pi}{4}\},$

۳) $\{x + iy \mid -2 \leq x \leq 1, 0 < y < \pi\}.$

۴. همه‌ی مقادیر برای عبارت‌های زیر را بیابید:

۱) $(1 + i\sqrt{3})^{\pi i}$ ۲) $(1 + i)^{\sqrt{3}}$ ۳) $(-1)^{\sqrt{2}}$ ۴) $(\sin i)^{-i}$

۵. تصویر مجموعه‌های زیر را تحت تابع $f(z) = \sin z$ بیابید:

۱) $\{x + iy \mid 0 \leq x \leq \pi, |y| \leq 2\},$

۲) $\{x + iy \mid -\pi \leq x \leq \pi, y \geq 0\}.$

۶. مشتق‌پذیری تابع $f(z)$ را در صفحه‌ی مختلط بررسی کنید و نقاط غیر تحلیلی آنرا مشخص کنید هرگاه $f(z)$ برابر باشد با

۱) $x^3 - i(y-1)^3$ ۲) $e^y e^{ix}$ ۳) $\sin \bar{z}$ ۴) $2x + ixy^2.$

۷. فرض کنید $f(z)$ در دامنه D تابعی تحلیلی باشد به طوری که $|f(z)|$ در این دامنه تابعی ثابت باشد. نشان دهید خود $f(z)$ تابعی ثابت است.

۸. نقاط غیرتحلیلی توابع داده شده را تعیین کنید:

۱) $\frac{\text{Log}(1+z^2) \tan z}{z^2 + 4}$ ۲) $\frac{\text{Log}(z - \frac{1}{z})}{(e^z + 1)(z^2 + 1)}$ ۳) $\text{Log}(z^2)$ ۴) $\text{Log}(1+z^3).$

۹. مزدوج همساز $u(x, y)$ را در صورت وجود بیابید هرگاه

۱) $u = 2x(1-y)$ ۲) $u = (x^2 - y^2)^2$ ۳) $u = e^{-x}(x \cos y + y \sin x).$

۱۰. فرض کنید $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ تابعی تام باشد به طوری که

$$u + v = 2e^{-x}(\cos y - \sin y).$$

در اینصورت ضابطه‌ی $f(z)$ را برحسب z بیابید.

۱۱. فرض کنید $f(z) = u(x) + iv(y)$ یک تابع تام است که در آن u و v توابع حقیقی مقدار هستند. اگر $f(1+i) = 2-i$ ، آنگاه ضابطه‌ی f را برحسب z بیابید.

۱۲. تابع $T(x, y) = \sin(x^2 - y^2) \cosh(2xy)$ در چه دامنه‌ای از صفحه مختلط همساز است؟ تابعی تحلیلی بسازید که $T(x, y)$ قسمت حقیقی آن باشد.

موفق باشید