

۱. جریان معادله دیفرانسیل $x' = ax + 3$ را بدست آورید که در آن a یک پارامتر است. نقاط تعادل این معادله را یافته و نوع آنها را مشخص کنید.

۲. برای هر یک از معادلات دیفرانسیل اسکالر زیر، تمامی نقاط تعادل را پیدا کنید و مشخص کنید که آیا آنها چاه هستند یا منبع و یا هیچکدام. همچنین رفتار کیفی جوابها را روی خط حقیقی تشریح کنید، یعنی، نمای فاز معادله را روی خط فاز رسم کنید.

$$1) x' = x^3 - 3x \quad 2) x' = x^4 - x^2 \quad 3) x' = \cos x$$

$$4) x' = \sin^2(x) \quad 5) x' = |1 - x^2|.$$

۳. دیاگرامهای انشعاب وابسته به معادلات دیفرانسیل زیر که به پارامتر a بستگی دارند را رسم کنید.

$$1) x' = x^2 - ax \quad 2) x' = x^3 - ax \quad 3) x' = x^3 - x - a.$$

۴. معادله دیفرانسیل $x' = x + \cos t$ را در نظر بگیرید.

(الف) جواب عمومی این معادله را بدست آورید.

(ب) نشان دهید یک جواب تناوبی برای این معادله موجود است.

(ج) نگاشت پوانکاره $\{t = 2\pi\} \rightarrow \{t = 0\} : p$ را برای این معادله محاسبه کنید و با استفاده از آن مجدداً نشان دهید یک جواب تناوبی یکتا موجود است.

۵. ثابت کنید تعداد نامتناهی جواب از معادله دیفرانسیل $x' = x^{\frac{1}{7}}$ موجود است که در شرط اولیه $x(0) = 0$ صدق می‌کند.

۶. فرض کنید $x' = f(x)$ یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول خودگردان با یک نقطه تعادل در x_0 باشد. فرض کنید $f'(x_0) = 0$. در این صورت درباره رفتار جوابها در نزدیکی x_0 چه می‌توان گفت؟

۷. معادله دیفرانسیل $x' = x^2 - 1 - \cos t$ را در نظر بگیرید. درباره وجود جواب تناوبی برای این معادله چه می‌توان گفت؟

۸. معادله دیفرانسیل مرتبه اول غیرخودگردان $x' = p(t)x$ را در نظر بگیرید که در آن $p(t)$ تابعی مشتق‌پذیر و تناوبی با دوره تناوب T است. ثابت کنید تمامی جوابهای این معادله $-T$ -تناوبی هستند اگر و تنها اگر $\int_0^T p(s)ds = 0$.

موفق باشید