

۱. دستگاه خطی زیر را حل کنید:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

زیرفضاهای خطی پایدار، ناپایدار و مرکزی  $E^s$ ،  $E^u$  و  $E^c$  را برای این سیستم بیابید و نمای فاز را رسم کنید.

۲. نمای فاز دستگاه‌های خطی زیر را رسم کنید:

$$(a) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 3x_1 + 4x_2 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 - x_2 \end{cases}$$

۳. معادله دیفرانسیل مرتبه دوم

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0$$

را به صورت یک دستگاه در  $\mathbb{R}^2$  بنویسید و ماهیت نقطه تعادل در مبدا را مشخص کنید.

۴. ماتریس  $e^{At}$  را بیابید هرگاه

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (b) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (d) A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(e) A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

۵. فرم‌های متعارف جردن را برای ماتریس‌های زیر بیابید:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(c) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(d) A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(e) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

موفق باشید