

۱. حاصل عبارت های زیر را بیابید:

$$۱) \sqrt{2}i \quad ۲) \sqrt[5]{i} \quad ۳) (1+i)^n - (1-i)^n \quad ۴) \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-i} \right)^2$$

۲. عبارت های زیر را به صورت $x + iy$ نشان دهید:

$$۱) (2-3i)(4+i) \quad ۲) \frac{3-4i}{1-2i} \quad ۳) \frac{a+ib}{a-ib} - \frac{a-ib}{a+ib}$$

$$۴) (-1+i\sqrt{3})^9 \quad ۵) \frac{(1-i\sqrt{3})\sqrt{1+i}}{\sqrt{3}+3i} \quad ۶) (3-i\sqrt{3})^{1/3}$$

۳. برای $z \neq 1$ تحقیق کنید که $1+z+z^2+\dots+z^n = \frac{1-z^{n+1}}{1-z}$ و نتیجه بگیرید

$$1 + \cos(\theta) + \cos(2\theta) + \dots + \cos(n\theta) = \frac{1}{2} + \frac{\sin(n+\frac{1}{2})\theta}{2\sin(\theta/2)}$$

۴. عدد صحیح و مثبت n را به گونه ای بیابید که

$$۱) (-1+i)^n = 2^{n/2} \quad ۲) (\sqrt{3}+i)^n = 2^n$$

۵. مجموعه نقاطی که در هریک از رابطه های زیر صدق می کند را در صفحه ی مختلط مشخص کنید.

$$۱) 1 < |z| \leq 3 \quad ۲) |z+1| + |z-1| = 2 \quad ۳) \operatorname{Re}(z^2) > 1$$

$$۴) \operatorname{Im}(z^2) > 1 \quad ۵) |z-4| \geq |z| \quad ۶) |\operatorname{Im} z| > 1$$

$$۷) |z| + \operatorname{Re}(z) \leq 1 \quad ۸) |z+i| \leq 3 \quad ۹) |z+i| > 2$$

$$۱۰) \operatorname{Im} \frac{2z+1}{z-1} \leq 1 \quad ۱۱) \arg z = \frac{\pi}{6}, |z| > 1 \quad ۱۲) |\arg z^3| \leq \frac{\pi}{4}$$

موفق باشید