

---

## تبدیل لاپلاس

---

۱. لاپلاس وارون تابع  $\frac{3}{s^2 + s - 2}$  کدام است؟

(آ)  $e^x - e^{-2x}$

(ب)  $e^x + e^{-2x}$

(ج)  $e^{-x} + e^{2x}$

(د)  $e^{-x} - e^{2x}$

۲. لاپلاس وارون تابع  $\frac{2s + 3}{(s + 1)^2}$  کدام است؟

(آ)  $2e^{-x} + xe^{-x}$

(ب)  $2e^{-x} - 3xe^{-x}$

(ج)  $2xe^{-x} + e^{-x}$

(د)  $3e^{-x} - 2xe^{-x}$

۳. لاپلاس وارون تابع  $\frac{2s + 1}{4s^2 + 4s + 5}$  کدام است؟

(آ)  $\frac{1}{4}e^{-\frac{x}{2}} \cos x$

(ب)  $\frac{1}{4}e^{-x} \cos 2x$

(ج)  $\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} \cos x$

(د)  $\frac{1}{4}e^x \cos 2x$

۴. لاپلاس وارون تابع  $\frac{s + 2}{s^2 + 4s + 5}$  کدام است؟

(آ)  $e^{-2x} \cos x$

(ب)  $e^{-2x} \sin x$

(ج)  $e^{-x} \cos 2x$

(د)  $e^{-x} \sin 2x$

۵. لاپلاس تابع  $\frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}$  کدام است؟

(آ)  $\frac{\sqrt{\pi}}{s-1}$

(ب)  $\frac{\sqrt{\pi}}{s+1}$

(ج)  $\sqrt{\frac{\pi}{s-1}}$

(د)  $\sqrt{\frac{\pi}{s+1}}$

۶. مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\infty} e^{-2x} \frac{\sin 3x}{x} dx$$

(آ)  $\cos^{-1} \frac{3}{4}$

(ب)  $\sin^{-1} \frac{3}{4}$

(ج)  $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

(د)  $\cot^{-1} \frac{3}{4}$

۷. مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\infty} e^{-3x} x \sin x dx$$

(آ) ۱

(ب) ۰٫۰۱

(ج) ۰٫۰۶

(د) ۰

۸. لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$\int_0^x (x-t)^2 \cos t dt$$

$$\frac{2}{s^2(s^2 - 1)} \quad (\text{ا})$$

$$\frac{2}{s^3(s^2 - 1)} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{s^2(s^2 + 1)} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{2}{s^3(s^2 + 1)} \quad (\text{د})$$

۹. لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$\int_0^x (x - t) \sin 2t \, dt$$

$$\frac{1}{s(s^2 + 4)} \quad (\text{ا})$$

$$\frac{2}{s(s^2 + 4)} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{s^2(s^2 + 4)} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{2}{s(s^2 - 4)} \quad (\text{د})$$

۱۰. لاپلاس جواب معادله  $xy'' + (1 + x)y' + y = 0$  با شرایط اولیه  $y(0) = 1$  و  $y'(0) = -1$  کدام است؟

$$\frac{1}{s - 1} \quad (\text{ا})$$

$$\frac{1}{s + 1} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{s + 1}{s^2 - s} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{s - 1}{s^2 + s} \quad (\text{د})$$

۱۱. جواب معادله انتگرال زیر کدام است؟

$$2 \int_0^x y(t)y(x - t)dt = \sin x - x \cos x$$

$$y = \sin x \quad (\tilde{ا})$$

$$y = \cos x \quad (\tilde{ب})$$

$$y = x \sin x \quad (\tilde{ج})$$

$$y = x \cos x \quad (\tilde{د})$$

۱۲. اگر  $f(x) = e^{2x}$  و  $g(x) = e^{3x}$  باشد، آنگاه  $f \star g$  کدام است؟

$$e^{3x} + e^{2x} \quad (\tilde{ا})$$

$$e^{3x} - e^{2x} \quad (\tilde{ب})$$

$$e^{5x} \quad (\tilde{ج})$$

$$\frac{1}{3}e^{2x} - \frac{1}{3}e^{5x} \quad (\tilde{د})$$

۱۳. اگر  $f(x) = e^x$  و  $g(x) = e^{2x}$  باشد، آنگاه  $f \star g$  کدام است؟

$$e^{2x} + e^x \quad (\tilde{ا})$$

$$e^{2x} - e^x \quad (\tilde{ب})$$

$$-\frac{1}{3}e^x + \frac{1}{3}e^{3x} \quad (\tilde{ج})$$

$$2e^x - e^{3x} \quad (\tilde{د})$$

۱۴. لاپلاس تابع  $f(x) = e^{-3t} \cosh 2t$  کدام است؟

$$\frac{s}{s^2 + 6s + 13} \quad (\tilde{ا})$$

$$\frac{1}{s^2 + 6s + 5} \quad (\tilde{ب})$$

$$\frac{s - 2}{s^2 - 4s - 5} \quad (\tilde{ج})$$

$$\frac{s + 3}{s^2 + 6s + 5} \quad (\tilde{د})$$

۱۵. لاپلاس وارون تابع  $\frac{2s}{(s^2 + 1)^2}$  کدام است؟

$$x^2 \sin 2x \quad (\tilde{ا})$$

$$x^2 \cos 2x \quad (\text{ب})$$

$$x \sin x \quad (\text{ج})$$

$$x \cos x \quad (\text{د})$$

۱۶. حاصل انتگرال  $\int_0^{\infty} e^{-x}(\sin 2x + \cos 3x) dx$  برابر است با

$$\frac{1}{2} \quad (\text{آ})$$

$$\frac{1}{10} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{5} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{3}{5} \quad (\text{د})$$

۱۷. حاصل عبارت  $\mathcal{L}^{-1}(\ln \frac{s+2}{s})$  برابر است با

$$\frac{1-e^{-2x}}{x} \quad (\text{آ})$$

$$\frac{e^{-2x}-1}{x} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1-e^{2x}}{x} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{e^{2x}-1}{x} \quad (\text{د})$$

۱۸. اگر  $y(x)$  جواب معادله‌ی انتگرالی  $y(x) = 1 + e^x \int_0^x e^{-t} y(t) dt$  باشد، آنگاه تبدیل لاپلاس تابع  $y'(x)$  برابر است با

$$\frac{s-2}{s-1} \quad (\text{آ})$$

$$\frac{s-1}{s-2} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2s-3}{s-2} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{s-1}{s^2-2s} \quad (\text{د})$$

۱۹. تبدیل لاپلاس معکوس تابع  $F(s) = \frac{1}{s^2-4s+5}$  برابر است با

$$e^{2t} \sin t \quad (\text{آ})$$

$$e^{2t} \sinh t \quad (\text{ب})$$

$$e^{-2t} \sin t \quad (\text{ج})$$

$$e^{-2t} \sinh t \quad (\text{د})$$

۲۰. لاپلاس وارون تابع  $\frac{s-1}{s^2-2s+5}$  کدام است؟

(آ)  $e^x \sin 2x$

(ب)  $2e^{-x} \cos 2x$

(ج)  $e^x \cos 2x$

(د)  $2e^{-x} \sin 2x$

۲۱. لاپلاس وارون تابع  $\frac{s+2}{s^2+4s+8}$  کدام است؟

(آ)  $e^{2x} \sin 2x$

(ب)  $e^{-2x} \cos 2x$

(ج)  $e^{2x} \cos 2x$

(د)  $2e^{-2x} \sin 2x$

۲۲. تبدیل معکوس لاپلاس  $G(s) = \frac{2^{-s}}{s^2-s}$  کدام است؟

(آ)  $U_2(x)(-1 + e^{x-2})$

(ب)  $U_{\ln 2}(x)(1 - e^x)$

(ج)  $-U_{\ln 2}(x)(1 + 2e^x)$

(د)  $-U_{\ln 2}(x)(1 - \frac{1}{2}e^x)$

۲۳. جواب معادله انتگرالی  $y'(x) = \sin(x) + \int_0^x y(t) \cos(x-t) dt$  با  $y(0) = 0$  کدام است؟

(آ)  $\sin(x)$

(ب)  $\cos(x)$

(ج)  $x^2$

(د)  $\frac{1}{2}x^2$

۲۴. تبدیل لاپلاس معکوس  $F(s) = \frac{e^{-2s}}{(2s-1)^3}$  کدام است؟

$$\frac{1}{16} U_3(x) e^{(x-3)} x^2 \quad (\text{ا})$$

$$\frac{1}{8} U_2(x) e^{\frac{1}{2}(x-2)} (x-2)^3 \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{16} U_3(x) e^{\frac{1}{2}(x-3)} (x-3)^2 \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{8} U_2(x) e^{(x-2)} x^2 \quad (\text{د})$$

۲۵. تبدیل لاپلاس عبارت  $e^x \int_0^x \frac{e^{-t}}{t} \sin(t) dt$  کدام است؟

$$\frac{1}{s-1} \tan^{-1} \frac{1}{s} \quad (\text{ا})$$

$$\frac{1}{s^2} \tan^{-1} \frac{1}{s} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{s+1} \tan^{-1} \frac{1}{s} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{s} \tan^{-1} \frac{1}{s} \quad (\text{د})$$

۲۶. اگر  $\mathcal{L}(f(x)) = F(s) = \frac{1}{s^4+1}$ ، آنگاه  $\mathcal{L}(f(2x))$  برابر است با

$$\frac{8}{s^4+16} \quad (\text{ا})$$

$$\frac{16}{s^4+16} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4}{s^4+16} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{16s^4+1} \quad (\text{د})$$

## سری

۲۷. در حل معادله دیفرانسیل  $xy'' + (3-x)y' - y = 0$  به روش سری‌ها حول نقطه صفر، رابطه بازگشتی نظیر ریشه کوچکتر معادله مشخصه، کدام است؟

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{n-2}, \quad n \neq 2 \quad (\text{آ})$$

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{n+2}, \quad n \neq 1 \quad (\text{ب})$$

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{n}, \quad n \neq 2 \quad (\text{ج})$$

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{n-1}, \quad n \neq 1 \quad (\text{د})$$

۲۸. اگر جواب‌های معادله دیفرانسیل  $2x^2y'' - 3xy' + (x+3)y = 0$  را به صورت  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}$  فرض کنیم، آنگاه مقادیر  $r$  کدامند؟

$$-1, -\frac{3}{2} \quad (\text{آ})$$

$$-1, \frac{3}{2} \quad (\text{ب})$$

$$1, \frac{3}{2} \quad (\text{ج})$$

$$1, -\frac{3}{2} \quad (\text{د})$$

۲۹. اگر جواب‌های معادله دیفرانسیل  $4xy'' + 2(1-x)y' - y = 0$  را به صورت  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{r+n}$  فرض کنیم، آنگاه مقادیر  $r$  کدامند؟

$$0, -\frac{1}{2} \quad (\text{آ})$$

$$0, \frac{1}{2} \quad (\text{ب})$$

$$-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \quad (\text{ج})$$



$$\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ (د)}$$

۳۰. کدام گزینه در مورد معادله  $x^2(x-2)y'' - (\sin x)y' + y = 0$  صحیح است؟

- (آ) نقاط  $x = 0$  و  $x = 2$ ، نقاط غیرعادی منظم هستند.  
 (ب) نقاط  $x = 0$  و  $x = 2$ ، نقاط غیرعادی نامنظم هستند.  
 (ج) نقطه  $x = 0$ ، نقطه غیرعادی منظم و نقطه  $x = 2$ ، نقطه غیرعادی نامنظم است.  
 (د) نقطه  $x = 0$ ، نقطه غیرعادی نامنظم و نقطه  $x = 2$ ، نقطه غیرعادی منظم است.

۳۱. کدام گزینه در مورد معادله  $(x^2 - 2x)y'' + 5(x-1)y' + 3y = 0$  صحیح است؟

- (آ) نقاط  $x = 0$  و  $x = 2$ ، نقاط غیرعادی منظم هستند.  
 (ب) نقاط  $x = 0$  و  $x = 2$ ، نقاط غیرعادی نامنظم هستند.  
 (ج) نقطه  $x = 0$ ، نقطه غیرعادی منظم و نقطه  $x = 2$ ، نقطه غیرعادی نامنظم است.  
 (د) نقطه  $x = 0$ ، نقطه غیرعادی نامنظم و نقطه  $x = 2$ ، نقطه غیرعادی منظم است.

۳۲. کدام گزینه، نقطه غیر عادی منظم معادله زیر است؟  $(x-2)^2xy'' + 3xy' + (x-2)y = 0$

- (آ)  $x = 2$   
 (ب)  $x = 0$   
 (ج)  $x = -2$

(د) معادله نقطه غیرعادی منظم ندارد.

۳۳. فرض کنید  $y(x) = x^r(1 + a_1x + a_2x^2 + \dots)$  جواب معادله دیفرانسیل

$$2x(x-2)^2y'' + 3y' + (x-2)y = 0$$

باشد. در این صورت مقدار  $r$  برابر است با:

$$r = \frac{5}{8} \quad (\text{ا})$$

$$r = \frac{3}{8} \quad (\text{ب})$$

$$r = -\frac{3}{8} \quad (\text{ج})$$

$$r = -\frac{1}{4} \quad (\text{د})$$

## دستگاه معادلات

۳۴. ماتریس اساسی جوابها،  $\Psi$ ، برای دستگاه معادلات دیفرانسیل  $X' = X \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  کدام است؟

(آ)  $e^t \begin{pmatrix} \cos(2t) & \sin(2t) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2t) \end{pmatrix}$

(ب)  $e^{(1+2i)t} \begin{pmatrix} \sin(t) & \cos(t) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t) \end{pmatrix}$

(ج)  $e^{(1+2i)t} \begin{pmatrix} \cos(2t) & \sin(2t) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2t) \end{pmatrix}$

(د)  $e^t \begin{pmatrix} \sin(t) & \cos(t) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(t) \end{pmatrix}$

۳۵. جواب عمومی دستگاه همگن  $X' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} X$  برابر است با:

(آ)  $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-3t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-t}$

(ب)  $X = c_1 \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t} + c_2 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} e^t$

(ج)  $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-3t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{-t}$

(د)  $X = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^t + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{3t}$

۳۶. جواب عمومی دستگاه  $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2x_2 + t - 1 \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + 2x_2 - 5t - 2 \end{cases}$  کدام است؟

(آ)  $\mathbf{X}(t) = c_1 \begin{pmatrix} e^{4t} \\ \frac{2}{3}e^{4t} \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} e^{-t} \\ -e^{-t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3t - 2 \\ 3 - 2t \end{pmatrix}$

(ب)  $\mathbf{X}(t) = c_1 \begin{pmatrix} 2e^{4t} \\ 3e^{4t} \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3t - 2 \\ 3 - 2t \end{pmatrix}$

$$\mathbf{X}(t) = c_1 \begin{pmatrix} e^{4t} \\ \frac{1}{2}e^{4t} \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} e^{-t} \\ -e^{-t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3t + 2 \\ 2t - 3 \end{pmatrix} \quad (\text{ج})$$

$$\mathbf{X}(t) = c_1 \begin{pmatrix} 2e^{4t} \\ 3e^{4t} \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -e^{-2t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3t + 2 \\ 2t - 3 \end{pmatrix} \quad (\text{د})$$

---

## معادله مرتبه اول

---

۳۷. جواب معادله دیفرانسیل کامل  $y' = \frac{2 + ye^{yx}}{2y - xe^{yx}}$  کدام است؟

$$x^2 + xye^{xy} - y^2 = c \quad (\text{آ})$$

$$x^2 - y^2 + e^{xy} = c \quad (\text{ب})$$

$$x + xye^{xy} - y^2 = c \quad (\text{ج})$$

$$2x + e^{xy} - y^2 = c \quad (\text{د})$$

۳۸. جواب معادله دیفرانسیل کامل  $y^2 dx + (2xy + 1) dy = 0$  کدام است؟

$$y^2 x + y = c \quad (\text{آ})$$

$$y^2 x + x = c \quad (\text{ب})$$

$$yx^2 + y^2 = c \quad (\text{ج})$$

$$yx^2 + y = c \quad (\text{د})$$

۳۹. کدامیک از معادلات زیر کامل است؟

$$x dy - y dx = 0 \quad (\text{آ})$$

$$(x + \frac{y}{y}) dy + y dx = 0 \quad (\text{ب})$$

$$xy dy - y dx = 0 \quad (\text{ج})$$

$$xy dy + y dx = 0 \quad (\text{د})$$

۴۰. کدامیک از معادلات زیر کامل نیست؟

$$(x + y) dx + (x - y) dy = 0 \quad (\text{آ})$$

$$(x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy = 0 \quad (\text{ب})$$

$$2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0 \quad (\text{ج})$$

$$(x^2 - y^2) dx - 2xy dy = 0 \quad (\text{د})$$

۴۱. کدامیک از معادلات زیر همگن نیست؟

$$(x^2 + y^2)dx + xydy = 0 \quad (\tilde{ا})$$

$$(2x - y + 1)dx + (x + y)dy = 0 \quad (\text{ب})$$

$$y' - \frac{y}{x} + \sec \frac{y}{x} = 0 \quad (\text{ج})$$

$$y' = \frac{y + 2xe^{-\frac{y}{x}}}{x} \quad (\text{د})$$

$$(x^2 + y^2)dx + xydy = 0$$

۴۲. کدامیک از معادلات زیر همگن است؟

$$(x + y)dy = xdx \quad (\tilde{ا})$$

$$(x^2 + xy)dy = xdx \quad (\text{ب})$$

$$(x^2 - xy)dy = xdx \quad (\text{ج})$$

$$(x - xy)dy = xdx \quad (\text{د})$$

۴۳. جواب معادله  $y' = y^2 \cos(x) + y^2 \sin(x) - y$  کدام است؟

$$y(ce^x - \cos(x)) = 1 \quad (\tilde{ا})$$

$$y(ce^x - \sin(x)) = 1 \quad (\text{ب})$$

$$y(ce^{-x} + \cos(x)) = 1 \quad (\text{ج})$$

$$y(ce^{-x} + \sin(x)) = 1 \quad (\text{د})$$

۴۴. عامل انتگرال ساز معادله  $y' + 2xy = 3$  برابر است با:

$$1 \quad (\tilde{ا})$$

$$e^{2x} \quad (\text{ب})$$

$$e^{x^2} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{x}{1+x^2} \quad (\text{د})$$

۴۵. جواب معادله دیفرانسیل  $y' = 2y^2 + xy^2$  با شرط اولیه  $y(0) = 1$  برابر است با:

$$y = \frac{2}{2-4x-x^2} \quad (\text{آ})$$

$$y = \frac{2}{2+4x+x^2} \quad (\text{ب})$$

$$y = \frac{1}{1-2x-x^2} \quad (\text{ج})$$

$$y = 1 - 2x - \frac{x^2}{2} \quad (\text{د})$$

۴۶. معادله‌ی  $y' - y = xy^3$  با شرط  $y(1) = 1$  داده شده است. مقدار  $y(0)$  برابر است با:

$$\sqrt{\frac{2}{3e^2+1}} \quad (\text{آ})$$

$$\sqrt{\frac{2}{3e^2-1}} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{1}{\sqrt{3e^2+1}} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{\sqrt{3e^2-1}} \quad (\text{د})$$

۴۷. عامل انتگرال ساز معادله  $(\frac{1}{y^2} + 2ye^x)dx + (y + e^x)dy = 0$  کدام است؟  
(الف)

$$e^{2x} \quad (\text{آ})$$

$$\ln y \quad (\text{ب})$$

$$e^y \quad (\text{ج})$$

$$e^x \quad (\text{د})$$

۴۸. در معادله دیفرانسیل  $(x+1)y' - y = e^x(x+1)^2$  با  $y(0) = 1$ ، مقدار  $y(1)$  کدام است؟

$$e \quad (\text{آ})$$

$$2e \quad (\text{ب})$$

$$e^2 \quad (\text{ج})$$

$$2e^2 \quad (\text{د})$$

۴۹. کدام گزینه در مورد معادله  $x^2y' - 2xy + y^2 = 0$  درست است؟

(آ) کامل است

(ب) هم همگن است و هم برنولی

(ج) همگن نیست ولی برنولی است

(د) معادله خطی است



---

## معادله مرتبه دوم

---

۵۰. جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $xy'' + (1 - 2x)y' + (x - 1)y = 0$  کدام است؟

$$y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} \ln x \quad (\text{آ})$$

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-x} \ln x \quad (\text{ب})$$

$$y = c_1 e^{-x} x + c_2 e^{-x} \ln x \quad (\text{ج})$$

$$y = c_1 e^x + c_2 e^x \ln x \quad (\text{د})$$

۵۱. شکل کلی یک جواب خاص از معادله غیر همگن  $y'' + 4y = 4 \cos 2x$  چیست؟

$$y_p = A \cos 2x \quad (\text{آ})$$

$$y_p = A \cos 2x + B \sin 2x \quad (\text{ب})$$

$$y_p = Ax \cos 2x + Bx \sin 2x \quad (\text{ج})$$

$$y_p = Ax^2 \cos 2x \quad (\text{د})$$

۵۲. شکل کلی یک جواب خاص از معادله غیر همگن  $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$  چیست؟

$$y_p = Ae^{2x} \quad (\text{آ})$$

$$y_p = Axe^{2x} \quad (\text{ب})$$

$$y_p = Ax^2 e^{2x} \quad (\text{ج})$$

$$y_p = (Ax + B)e^{2x} \quad (\text{د})$$

۵۳. رنسکین دو جواب مستقل خطی معادله  $xy'' - (1+x)y' + y \sin x = 0$  کدام است؟

$$cxe^x \quad (\text{آ})$$

$$cxe^{-x} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{c}{x} e^x \quad (\text{ج})$$

$$\frac{c}{x}e^{-x} \quad (\text{د})$$

۵۴. رنسکین دو جواب مستقل خطی معادله  $xy'' - x^2y' + e^xy = 0$  کدام است؟

$$ce^{\frac{x^2}{3}} \quad (\text{آ})$$

$$ce^{-\frac{x^2}{3}} \quad (\text{ب})$$

$$cxe^x \quad (\text{ج})$$

$$cxe^{-x} \quad (\text{د})$$

۵۵. اگر  $y_1 = x$  یک جواب از معادله  $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = 0$  باشد، آنگاه جواب عمومی معادله کدام است

$$c_1x^3 + c_2x \quad (\text{آ})$$

$$c_1x + c_2(x^2 + 1) \quad (\text{ب})$$

$$c_1 \ln(x) + c_2 \frac{1}{x} \quad (\text{ج})$$

$$c_1 \cos(x) + c_2 \tan(x) \quad (\text{د})$$

۵۶. اگر  $\mu = x^a y^b$  یک عامل انتگرال ساز برای معادله‌ی زیر باشد، آنگاه مقادیر  $a$  و  $b$  عبارتند از

$$x^2y^3 + x(1 + y^2)y' = 0$$

$$a = -1, b = -3 \quad (\text{آ})$$

$$a = 1, b = 3 \quad (\text{ب})$$

$$a = 1, b = -3 \quad (\text{ج})$$

$$a = -3, b = -1 \quad (\text{د})$$

۵۷. اگر رونسکین دو جواب از معادله دیفرانسیل زیر برابر  $W(x) = e^x$  باشد، آنگاه تابع  $p(x)$  برابر است با:

$$(x^2 + 1)y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

$$-(x + 1)^2 \quad (\text{آ})$$

$$(x + 1)^2 \quad (\text{ب})$$

$$-\frac{(x+1)^2}{x^2+1} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{(x+1)^2}{x^2+1} \quad (\text{د})$$

۵۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل خطی مرتبه دوم

$$x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 0$$

برابر است با:

$$x(c_1 - c_2 e^x) \quad (\text{آ})$$

$$x(c_1 + c_2 e^{-x}) \quad (\text{ب})$$

$$x(c_1 + c_2 x^2) \quad (\text{ج})$$

$$(c_1 + c_2 x)e^x \quad (\text{د})$$

۵۹. کدامیک از مجموعه های زیر وابسته خطی هستند؟

$$\{\cos(x), \sin(x)\} \quad (\text{آ})$$

$$\{2e^x, -3e^x\} \quad (\text{ب})$$

$$\{e^{2x}, xe^{2x}\} \quad (\text{ج})$$

$$\{e^{2x}, e^{3x}\} \quad (\text{د})$$

۶۰. اگر  $W(f, g)$  رنسکین مربوط به توابع  $f$  و  $g$  باشد و تعریف کنیم

$u = 2f - g$  و  $v = f + 2g$ ، آنگاه رنسکین  $W(u, v)$  مربوط به

توابع  $u$  و  $v$  بر حسب  $W(f, g)$  عبارت است از:

$$2W(f, g) \quad (\text{آ})$$

$$3W(f, g) \quad (\text{ب})$$

$$5W(f, g) \quad (\text{ج})$$

$$9W(f, g) \quad (\text{د})$$

۶۱. اگر یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل  $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$

$y(x) = u_1(x)y_1(x) + x^2 \ln(x)$  را با روش تغییر پارامتر به صورت

$y_2(x) = x^r \ln(x)$  و  $y_1(x) = x^r$  در آن نمایش دهیم که در آن  
 دو جواب مستقل خطی معادله دیفرانسیل همگن متناظر هستند، آن‌گاه  
 مقادیر  $u_1'$  و  $u_2'$  کدامند؟

$$u_1' = \frac{1}{x}(\ln(x))^2, \quad u_2' = \frac{-1}{x}\ln(x) \quad (\text{آ})$$

$$u_1' = \frac{1}{x}(\ln(x))^2, \quad u_2' = \frac{1}{x}\ln(x) \quad (\text{ب})$$

$$u_1' = \frac{-1}{x}(\ln(x))^2, \quad u_2' = \frac{1}{x}\ln(x) \quad (\text{ج})$$

$$u_1' = \frac{-1}{x}(\ln(x))^2, \quad u_2' = \frac{-1}{x}\ln(x) \quad (\text{د})$$