

بسمه تعالی

معادلات دیفرانسیل
امتحان پایان ترم

۹۶/۱۰/۱۰

وقت: ۱۵۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

نام مدرس:

۱. [۳۰ نمره] جواب دستگاه غیرهمگن زیر را بیابید.

$$\mathbf{x}'(t) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + e^{2t} \begin{pmatrix} t \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

۲. [۲۰ نمره] جمله اول جواب معادله دیفرانسیل زیر را بصورت سری توانی حول نقطه $x = 0$ بدست آورید.

$$(1+x^2)y'' - y' + y = -3x + 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

۳. [۳۰ نمره] نشان دهید که نقطه $x = 0$ یک نقطه تکین منظم برای معادله زیر است و سپس یک جواب از دو جواب مستقل خطی آن را بدست آورید.

$$xy'' + (1-x)y' + xy = 0, \quad x > 0.$$

۴. [۳۰ نمره] معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$y'' + y' + y = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ -1 & t \geq 1 \end{cases}, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

۵. [۲۰ نمره] معادله انتگرالی زیر را حل کنید.

$$y(x) = x - e^x \int_0^x e^{-u} y(u) du.$$

موفق باشید