به نامِ خدا

دانش‌گاهِ صنعتی‌ِ اصفهان ـ دانش‌کده‌ی فیزیک

تمرین سری ۶ـ فصل شش

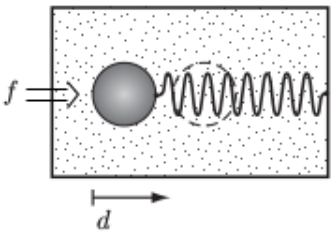
سه شنبه ۱ خرداد ۱۳۹۷

---

۱. ذخیره‌ی بهینه‌ی انرژی

در بخش 6.5.3 درباره‌ی یک ماشین انتقال انرژی گفته شد. می‌توان نکات مشابهی را از یک ماشین انتقال انرژی ساده‌تر نیز آموخت. هرگونه دستگاه اینچنینی در دنیای سلولی، به ناچار بخاطر نیروی درگ(پسروی ناشی از ویسکوزیته) انرژی از دست خواهد داد. یک توپ در حال هل دادن را در یک سیال ویسکوز با یک نیروی ثابت خارجی f در نظر می‌گیریم که یک فنر را جمع می‌کند(شکل ۶,۱۱). طبق رابطه‌ی هوک نیروی جمع شدن فنر با نیروی کشسان $f = kd$ داده می‌شود. که k ثابت فنر است. وقتی این نیرو با نیروی خارجی به تعادل برسد،توپ در $d = \frac{f}{k}$ از حرکت باز می‌ایستد.

در حین این فرآیند، نیروی اعمالی ثابت است. بنابراین با دانستن این نکته ما به میزان $fd = \frac{f^2}{k}$ کار انجام داده‌ایم. اما انتگرال روی معادله‌ی هوک نشان می‌دهد که فنری که داریم تنها به میزان $\frac{1}{2}\frac{f^2}{k}$ یا $\int_0^d f dx = \frac{1}{2}kd^2$ انرژی در خود ذخیره می‌کند.



شکل ۱: یک سیستم ذخیره‌ی انرژی. یک محفظه با یک سیال ویسکوز پر شده‌است و یک عنصر الاستیک(فنر) و یک مهره در آن قرار دارد که حرکت آن با نیروی درگ مخالفت می‌کند.

باقیمانده‌ی کاری که ما انجام دادیم برای تولید گرما صرف شده است. بنابراین در هر مکان x از 0 تا d بخشی از f فنر را جمع می‌کند و مابقی آن بر نیروی اصطکاک ویسکوز غلبه می‌کند.

ما نمی‌توانیم همه‌ی انرژی ذخیره شده، $\frac{1}{2}\frac{f^2}{k}$ را بازگردانیم ،چرا که مقدار زیادی از آن را هنگامی که فنر متوقف می‌شده است از دست داده‌ایم. فرض کنید به طور ناگهانی نیروی خارجی را به یک مقدار f_1 که کوچک‌تر از f کاهش می‌دهیم.

(آ) توپ تا چه مسافتی را طی می‌کند؟و چه میزان کار در برابر نیروی خارجی انجام می‌دهد؟ مقدار دوم را «کار مفید» یک سیستم ذخیره‌ای می‌نامیم.

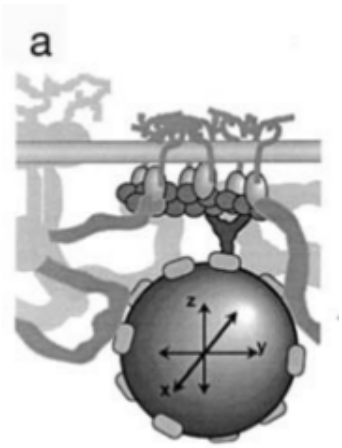
(ب) برای چه مقدار از ثابت f_1 ، کار مفید مقدار بیشینه‌ی خود را خواهد داشت؟نشان دهید حتی با انتخاب چنین مقدار بهینه‌ای کار مفید تنها نصف مقدار ذخیره شده در فنر یا بعبارتی $\frac{1}{4}\frac{f^2}{k}$ خواهد بود.

(ج) چگونه می‌توانیم این فرآیند را بهینه‌تر کنیم؟ [توجه:ایده‌ی ۶,۲۰ را بخاطر بسپارید.]

---

۲. مش‌بندی پلیمری

اخیرا د.دیشر ویژگی مکانیکی سیتواسکلت گلبول‌های قرمز، یک شبکه‌ی پلیمری متصل به غشای داخلی، را مورد مطالعه قرار داده است. دیشر یک مهره به قطر $40nm$ را به این شبکه متصل کرد (شکل ۶,۱۲a).



شکل ۲: اتصال یک نانوذره‌ی فلوئورسنت به آکتین در یک گلبول قرمز

این شبکه همانند یک فنر که حرکت آزاد مهره را محدود می‌کند، رفتار می‌کند. سپس او از خود پرسید «سختی(ثابت فنر) این فنر چیست؟»

در جهان بزرگ‌مقیاس ما می‌توانیم با اعمال یک نیروی مشخص به مهره، اندازه‌گیری جابجایی Δx در جهت x و استفاده از رابطه‌ی $f = k\Delta x$ به این پرسش پاسخ دهیم. اما اعمال یک نیروی شناخته‌شده به چنین جسم کوچکی کار آسانی نیست. درعوض دیشر تنها به طور غیرمستقیم حرکت گرمایی مهره را مورد مشاهده و رصد قرار داد. (شکل ۶,۱۲b) او دریافت که انحراف ریشه‌ی مربعات میانگین از مکان تعادلی خود در دمای اتاق، $\sqrt{\langle(\Delta x)^2\rangle} = 35nm$ است. و از روی این مقدار او مقدار ثابت فنر را محاسبه کرد. او چه مقداری را بدست آورده است؟

«موفق باشید»