بخش ۲

The Wave-particle Duality

دوگانی موج - ذره

موضوع این کتاب ← برهم‌کنش‌های الکترون‌ها با مواد

پس ناچاریم به این سؤال پاسخ دهیم: الکترون چیست؟

تاکنون کسی الکترون را ندیده است ولی اثر الکترون را می‌توان دید.

مثال:
- صفحه‌ی تلویزیون ← اثر الکترون به صورت ذره‌ای particle
- میکروسکوپ الکترونی ← اثر الکترون به صورت موجی wave

برای توصیف خواص مختلف الکترون‌ها گاهی از توصیف ذره‌ای و گاهی از توصیف موجی استفاده می‌شود. برای نور light نیز چنین است.

توصیف ذره‌ای نور: نور به صورت ذرات فوتون

توصیف موجی نور: نور به صورت یک موج الکترومغناطیسی

- به طور شهودی ما نور را به صورت یک موج تصور می‌کنیم. موجی الکترومغناطیسی از یک منبع شروع می‌شود و به نقطه‌ای می‌رسد. رنگ نور به طول موجی λ، یا فرکانسی، ν، بستگی دارد.

آزمایشهایی که موجی بودن نور در آن‌ها مشهود است:
- پراش diffraction
- تداخل interference
- تجزیه نور dispersion

- بعد از کشف اثر فوتوالکتریک در سال 1887 توسط Hertz به صورت تجربی و توجیه آن در سال 1905 توسط Einestein، می‌دانیم نور ذره‌ای نیز است.

اثر فوتو الکتریک : انتشار الکترون ها یا گسیل الکترون ها از سطح فلزی که تحت تابش نور با انرژی تقریبا بالا مثل نور آبی، قرار می‌گیرد را توضیح می‌دهد.

نیوتن از ۳۰۰ سال قبل طرفدار طبیعت ذره‌ای نور بود.

ابن هیثم نیز برای توضیح نور از طبیعت ذره‌ای نور استفاده می‌کرد. (کتاب المناظر)

امروزه براساس فرضیه مشهور پلانک می‌دانیم که انرژی کمینه‌ی ویژه‌ی نور یعنی یک کوانتای نور light quanta ، است که آن را فوتون می‌نامیم و دارای انرژی زیر است.

ثابت پلانک

$$E = \nu h = \omega \hbar \qquad (2.1)$$

وقتی نور دارای کوانتای انرژی به فلز برخورد می‌کند الکترون بر انرژی بستگی این به هسته غلبه می‌کند و به صورت آزاد در می‌آید.

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\ (J.s) = 4.136 \times 10^{-15}\ (ev.s) = 6.626 \times 10^{-27}\ (g.cm^2/s)$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ثابت پلانک کاهش یافته reduced planck constant (2.2)

$$\omega = 2\pi\nu$$

زمان زیادی طول کشید تا دوگانی موج - ذره الکترون ها به خوبی شناخته شود و شروع آن از اوایل قرن بیستم بود.

- سال 1897 : کشف خاصیت جاطبیت ذره‌ای الکترون‌ها دارای جرم سکون m_0 و بار e توسط J. J. Thomson

۱۹۲۴ : در این سال دوبروی ایده‌ی دوگانی موجی-ذره‌ای را برای الکترون گسترش داد.

de Broglie : دوبروی

دوبروی طبیعت موجی الکترون ها را مطرح کرد.

او بین طول موج λ یک الکترون و تکانه‌ی p آن از طریق رابطه‌ی زیر ارتباط ایجاد کرد.

$$\lambda p = h \qquad (2.3)$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

این رابطه را با استفاده از رابطه های زیر می توان بدست آورد:

$E=\upsilon h$ (2.1), $E=mc^2$ (1.8), $p=mc$ (1.3), $c=\lambda\upsilon$ (1.5)

$$h\upsilon = mc^2 = mc\,c = pc = p\lambda\upsilon \rightarrow h = p\lambda$$

در سال 1926 : شرودینگر schröelinger به ایده‌ی دوبروی شکل ریاضی داد.

در سال 1927 : داویسون Davisson و گرمر Germer

و در سال 1928 : پسر تامسون G.P. Thomson بصورت مستقل از هم

پراش الکترون توسط یک بلور را کشف کردند و طبیعت موجی الکترون را بصورت تجربی تصدیق کردند.

موج چیست؟

یک موج، آشوبی است که در مکان و زمان تناوبی است.

"disturbance"

یک ارتعاش، آشوبی است که در مکان یا زمان تناوبی است.

امواج با سرعت v، فرکانس ν و طول موج λ که باهم ارتباط زیر را دارند، مشخص می‌شوند:

$$v = \nu \lambda \qquad (2.4)$$

اغلب طول‌موج با عکسش که در 2π ضرب شده جایگزین می‌شود که به آن عدد موج می‌گویند.

$$\text{عدد موج} \leftarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (2.5)$$

همچنین فرکانس ν با فرکانس زاویه‌ای $\omega = 2\pi\nu$ جایگزین می‌شود.

رابطه 2.4 می‌شود:

$$v = \frac{\omega}{k} \qquad (2.6)$$

ساده‌ترین شکل موجی که بصورت ریاضی بیان می‌شود تابع sine و cosine است.

این آشوب ساده موج هارمونیک harmonic wave نامیده می‌شود.

در ادامه خود را به این نوع موج یعنی موج هارمونیک محدود می‌کنم.

می‌دانیم خیلی از کمیت‌های فیزیکی با زمان یا مکان نوسان می‌کنند. به عنوان مثال شکل صفحه‌ی بعدی نوسانات سیگنال ولتاژ را در گستره‌ی زمانی نشان می‌دهد.

از آنالیز سیگنال می‌دانیم که اگر تبدیل فوریه‌ی این سیگنال را انجام دهیم در واقع بستگی سیگنال به زمان را به بستگی سیگنال به فرکانس تبدیل کرده‌ایم.

Fourier transform:

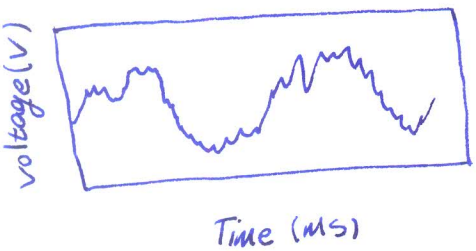
$$F(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, e^{-2\pi i x s}\, dx$$

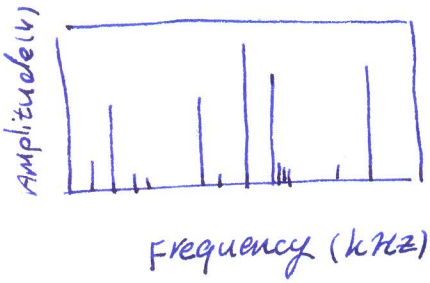
$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(s)\, e^{2\pi i x s}\, ds$$

$f(x)$: تابعی از x

$F(s)$: تبدیل فوریه $f(x)$

تبدیل فوریه :





اطلاعاتی که از شکل بعد از تبدیل فوریه می توان گفت :

- وجود چندین نوسان هارمونیک با فرکانس های مختلف و اندازه ی این فرکانس ها
- دامنه یا بزرگی ولتاژ در هر فرکانس
- سیگنال کل عبارت است از برهم نهی خطی همه ی آن ها :

نکته : رسیدن به این نتایج با نمودار V-T دشوارتر است.

مشخصه های الکترون ها در ادامه با استفاده از یک موج هارمونیک توصیف می شود. یعنی با یک تابع موج ψ (wave function)

(این تابع موج مولفه های وابسته به مکان و زمان دارد)

این تابع موج یک موج فیزیکی یا کمیت فیزیکی را تعیین نمی کند.

$$\psi = \sin(kx - \omega t). \qquad (2.7)$$

این یک توصیف ریاضی از ذرات (الکترون ها) است که ما را قادر می سازد با روش های مناسبی رفتار واقعی الکترون ها را بررسی کنیم.

- فهم بهتر دوگانی موج - ذره :

نمایش الکترون با استفاده از ترکیب چند موج که فرکانس های مختلف (مثال: ω و $\omega+\Delta\omega$) و عدد موج های مختلف (مثال: k و $k+\Delta k$) دارند.

در ابتدا فرض کنیم دو موج داریم :

$$\psi_1 = \sin[kx - \omega t] \qquad (2.7)$$

و

$$\psi_2 = \sin[(k+\Delta k)x - (\omega+\Delta\omega)t] \qquad (2.8)$$

برهم نهی دو تابع موج ψ_1 و ψ_2 تابع موج ψ را نتیجه می دهد.

$$\psi_1 + \psi_2 = \psi = \underbrace{2\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)}_{\text{modulated amplitude}} \cdot \underbrace{\sin\left[\left(k+\frac{\Delta k}{2}\right)x - \left(\omega+\frac{\Delta\omega}{2}\right)t\right]}_{\text{sine wave}} \qquad (2.9)$$

از رابطه ی $\sin\alpha + \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\cdot\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$

شکل 2.1 تابع ψ را نشان می دهد.

بسته ی موج (wave packet) در شکل مشخص شده است.

$\Delta\omega$ کوچکتر ← بسته موج بزرگتر

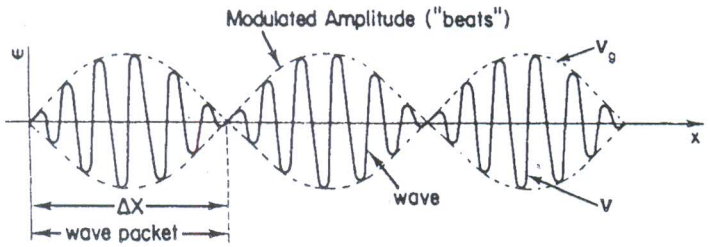


Figure 2.1. Combination of two waves of slightly different frequencies. ΔX is the distance over which the particle can be found.

حالت های خاص :

(a $\Delta k = 0$ و $\Delta\omega = 0$

منجر به یک بسته ی موج بی نهایت بلند می شود.

یعنی یک موج تکفام (monochromatic wave) داریم.

که معادل تصویر موجی یک الکترون است. (شکل 2.2)

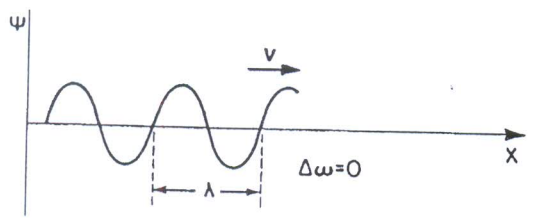


Figure 2.2. Monochromatic matter wave ($\Delta\omega$ and $\Delta k = 0$). The wave has constant amplitude. The matter wave travels with the phase velocity, v.

b) $\Delta\omega$ و Δk های خیلی بزرگ ⟵ بسته موج های کوتاه
short wave packets

اگر به جای ψ_1 و ψ_2 تعداد زیادی موج با فرکانس های $\omega + n\Delta\omega$ که $n = 1, 2, 3, \ldots$ است، ترکیب شوند فقط یک بسته موج خواهیم داشت.
اینجا الکترون به صورت یک ذره نمایش داده شد. (شکل 2.3)

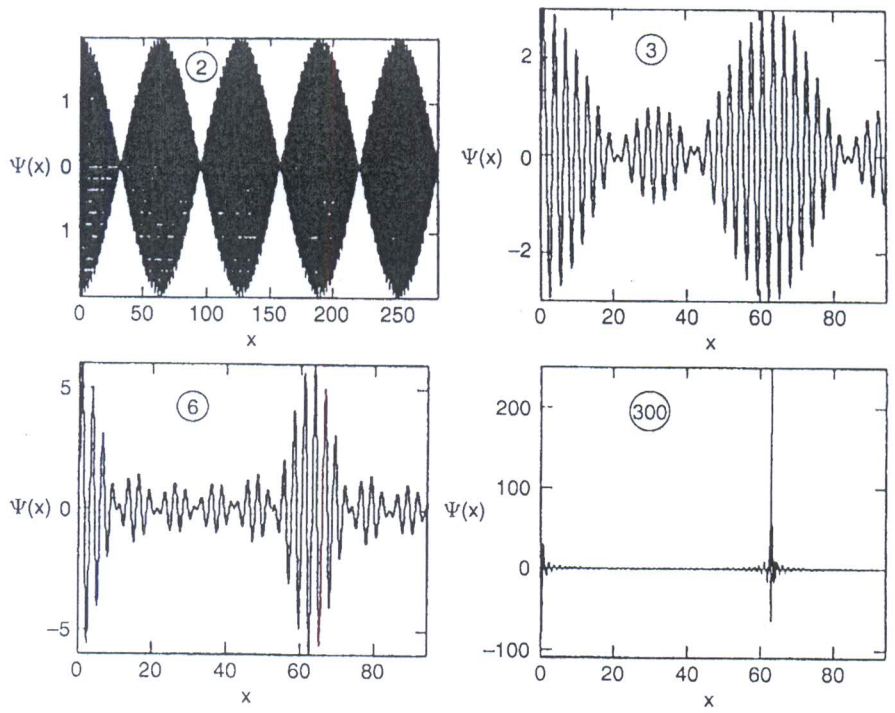


Figure 2.3. Superposition of Ψ-waves. The number of Ψ-waves is given in the graphs. (See also Fig. 2.1 and Problem 2.8.)

در شکل 2.3 برهم نهی 300 موج منجر به یک بسته موج شد.

حالت های خاص
a) نمایش موجی الکترون
b) نمایش ذره ای الکترون

معرفی سرعت های مختلف : سرعت فاز & سرعت گروه

a) سرعت موج ماده ، سرعت موج یا سرعت فاز (phase velocity) نامیده می شود.

موج ماده یک موج تکفام است که فرکانس ω ، طول موج λ ، تکانه p ، انرژی E ، آن را می توان دقیقاً تعیین کرد. (شکل 2.2) هرچند موقعیت ذرات نامشخص است.

از قسمت دوم رابطه ی 2.9 می توان نتیجه گرفت :

$$v = \frac{x}{t} = \frac{\omega + \Delta\omega/2}{k + \Delta k/2} = \frac{\omega'}{k'}$$

درواقع سرعت موج ماده که فرکانس $\omega + \frac{\Delta\omega}{2}$ و عدد موج $k + \frac{\Delta k}{2}$ دارد را به دست آوردیم.

سرعت فاز با تغییر طول موج λ ، تغییر می کند.

این پدیده پاشندگی (dispersion) نامیده می شود.

(نور وقتی از منشور رد می شود به رنگ های رنگین کمان تجزیه می شود)

b) ذره ⟵ به صورت بسته ی موج معرفی شد.

سرعت ذرات یا به عبارتی سرعت بسته های موج سرعت گروه یا نامیده می شود.

group velocity

سرعت گروه ، سرعت تپش هم نامیده می شود.

pulse Velocity

سرعت گروه $v_g = \frac{x}{t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}$

□ اصل عدم قطعیت :

وقتی موقعیت ذره (X) دقیقا شناخته شده و مشخص باشد ،

مقادیر فرکانس (ω) نامشخص است.

شکل 2.3 ← $\Delta\omega$ بزرگ ← بسته موج کوتاه با X مشخص

$\omega = 2\pi\nu$ $\quad \omega \propto \nu$

$p = mV \Rightarrow$ $\quad p \propto V \propto \nu$ $\quad \rightarrow p \propto \omega$

اصل عدم قطعیت هایزنبرگ Heisenberg's uncertainty principle

$$\boxed{\Delta p . \Delta X \geq h}$$

یعنی موقعیت و فرکانس (یا تکانه‌ی) یک الکترون را همزمان نمی‌توان تعیین کرد.

سوال اول : با توجه به اینکه تابع موج در زندگی واقعی وجود ندارد، پس به چه کاری می‌آید؟

در فصل های آتی برای تفسیر تابع موج از اصل موضوع بورن (Born's postulate) استفاده می کنیم.

اصل موضوع بورن : توان دوم تابع موج عبارت است از احتمال یافتن الکترون در یک موقعیت خاص.

$\psi\psi^*$ چون ψ تابع موج مختلط است توان دوم آن می‌شود

ψ^* همیوغ مختلط ψ است. (complex conjugate)

$A = x + iy \quad |A|^2 = AA^* = (x+iy)(x-iy) = x^2 + y^2$

احتمال یافتن الکترون در $\psi\psi^* dx\,dy\,dz = \psi\psi^* d\tau$ به عبارتی

المان حجم $d\tau$ است.

در مکانیک کلاسیک می‌توانستیم دقیقا موقعیت ذرات را مشخص کنیم

ولی در مکانیک کوانتومی از واژه‌ی "احتمال حضور" بهره می‌بریم.

در فصل‌های آتی خواهیم دید این نوع تعابیر به نتایج ما خللی وارد نمی‌کند.

سوال دوم: آیا موج الکترون همان موج الکترومغناطیسی است؟

electromagnetic wave electron wave

جواب خیر است:

موج الکترومغناطیسی انتشار می‌یابد.

این انتشار بوسیله‌ی برهمکنشی میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی صورت می‌گیرد.

موج‌های الکترومغناطیسی مثل:

radio waves, infrared radiation (heat), visible light, ultraviolet (UV) light, X-rays, or γ rays

آشکارسازی امواج الکترومغناطیسی توسط:

human eye, photomultiplier tubes, photographic films, heat sensitive devices skin, and antennas

برای آشکارسازی الکترون از ترکیبات شیمیایی مثل "phosphors"

استفاده می‌شود.

سوال سوم : آیا ذره و موج دو پدیده‌ی کاملا جدا از هم هستند؟

به نظر می‌رسد جدا از هم باشند اما اگر به معادله‌ی 2.9 توجه کنیم چنین به نظر نمی‌رسد. ما برای توصیف ریاضی ذره و موج از یک رابطه (2.9) استفاده کردیم.

$\Delta\omega$ & $\Delta k = 0$ در رابطه 2.9 ⟵ موج

$\Delta\omega$ & Δk بزرگ در رابطه‌ی 2.9 ⟵ ذره

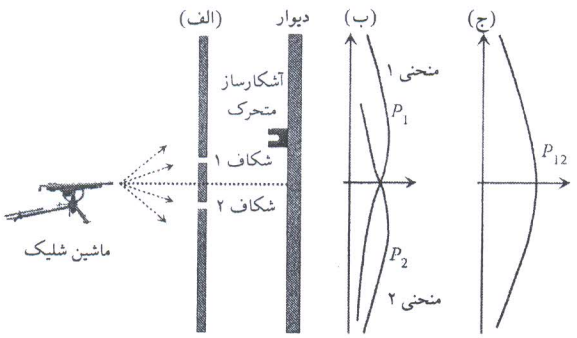
بنابراین به نظر می‌رسد ذره و موج به طریق خاصی به هم مربوطند.

از دانشجو انتظار می‌رود با ژرف اندیشی این ایده را بررسی کند.

■ دامنه ی احتمال و اثرات تداخلی

تبیین مفاهیم دشوار دامنه ی احتمال و تداخل بوسیله ی
آزمایش‌های ۲ شکافی : آزمایش های فکری توسط ریچارد فاینمن

۱- آزمایش دو شکافی ! : احتمال یافتن گلوله هایی که به یک دیوار می رسند :



شکل ۱.۱ : آزمایش دوشکافی با استفاده از گلوله. (الف) نمایی از سازوکار آزمایش (ب) احتمالات یافتن گلوله روی دیوار در حالتی که یا شکاف ۲ بسته (منحنی ۱) یا شکاف ۱ بسته (منحنی ۲) است (ج) احتمال یافتن گلوله روی دیوار در حالتی که هر دو شکاف باز است.

گلوله ها پس از برخورد به شکاف ها به دیوار می رسند .
برهم کنشی با شکاف ها باعث تغییر تندی و راستای حرکت گلوله ها می شود .

منحنی (۱) : احتمال یافتن گلوله ها روی دیوار

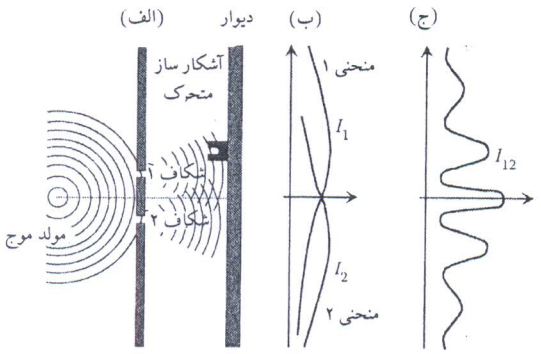
در جهان واقعی مواجه شدن
با چنین نتایجی با توجه به تجربیات شخصی
بسیار آسان است .

$$P_{12} = P_1 + P_2$$

P_{12} ← احتمال در وضعیتی که دو شکاف باز است.
P_1 ↓ احتمال در وضعیتی که شکاف ۱ باز است.
P_2 ↓ احتمال در وضعیتی که شکاف ۲ باز است.

از کتاب فیزیک نانو مقیاس نوشته تاکاکی ستورا می
ترجمه ی دکتر اعلائی و همکاران (در دست ترجمه)

۲- آزمایش دوشکافی ۲ : شدت امواج آبی که به یک دیوار می‌رسند:



شکل ۲.۱: آزمایش دوشکافی با استفاده از امواج آب. (الف) نمایی از سازوکار آزمایش (ب) شدت امواج روی دیوار در حالتی که یا شکاف ۲ بسته (منحنی ۱) یا شکاف ۱ بسته (منحنی ۲) است (ج) شدت امواج روی دیوار در حالتی که هر دو شکاف باز است.

جایگزینی ماشین شکیک کننده با یک مولد موج که می‌تواند امواج آب تولید کند.

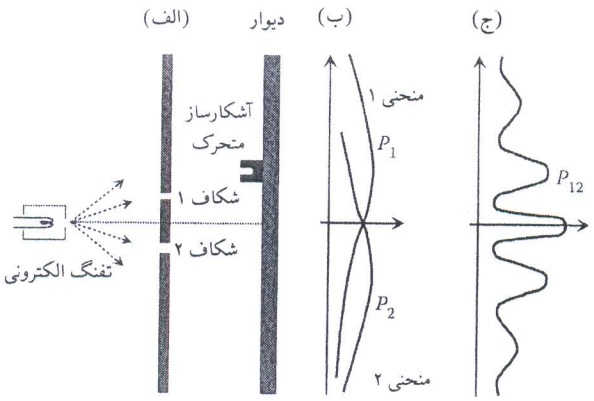
شدت موج برآیندی که بوسیله‌ی مربع دامنه‌ی موج داده می‌شود، روی دیوار اندازه‌گیری می‌شود. شدت موج برآیندی که به دیوار می‌رسد متناسب با انرژی موج است.

شکاف ۱ و ۲ ← تغییر شدت موج در مکان های مختلف روی دیوار به دلیل پدیده‌ای به نام تداخل بین دو موج عبوری از شکاف های ۱ و ۲

$$I_{12} = |A_{12}|^2 = |A_1 + A_2|^2 \neq |A_1|^2 + |A_2|^2 = I_1 + I_2$$

این بار هم تصور این نتیجه در جهان واقعی آسان است.

۳ - آزمایش دوشکافی ۳ : احتمال یافتن الکترون‌هایی که به دیوار می‌رسند .



شکل ۳.۱: آزمایش دوشکافی با استفاده از الکترون‌ها. (الف) نمایی از سازوکار آزمایش (ب) احتمال یافتن الکترون‌ها روی دیوار در حالتی که یا شکاف ۲ بسته (منحنی ۱) یا شکاف ۱ بسته (منحنی ۲) است (ج) احتمال یافتن الکترون‌ها روی دیوار در حالتی که هر دو شکاف باز است.

جایگزینی کردن مولد موج با یک تفنگ الکترونی و تکرار آزمایش در خلاء

تفنگ الکترونی : تفنگ الکترونی از یک رشته سیم تنگستن و یک الکترود فلزی تشکیل می‌شود. به رشته‌ی تنگستن گرما داده می‌شود تا الکترون‌های گرمایی تشکیل شود و الکترود فلزی برای شتاب دادن این الکترون‌ها، بوسیله‌ی اعمال یک ولتاژ مثبت، استفاده می‌شود.

آشکارسازی توسط شمارنده‌ی گایگر :
این شمارنده روی دیوار می‌توان حرکت کند تا توزیع الکترون‌ها روی دیوار را مشخص کند.

الکترون‌ها قابل رویت نیستند ولی هنگامی که یک الکترون به دیوار می‌رسد و وارد شمارنده‌ی گایگر می‌شود یک صدای "کلیک" می‌شنویم.

شمارش تعداد صداها در موقعیت‌های مختلف ← نمودارهای P_1 ، P_2 ، P_{12}

$$P_{12} \neq P_1 + P_2$$

احتمال یافتن الکترون‌ها / هر دو شکاف باز ← $I_{12} \neq I_1 + I_2$

S-2-3

- وقتی شکاف ۱ یا ۲ باز است:

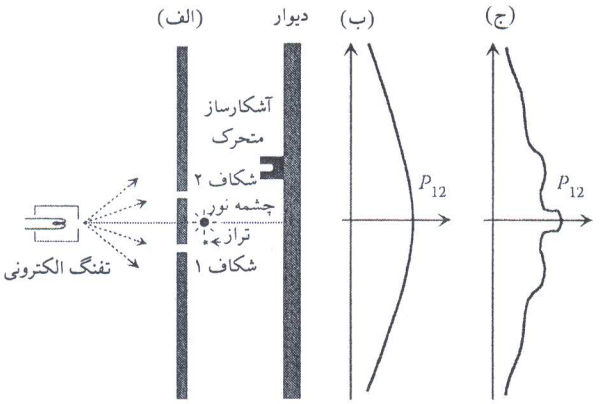
← نتایج را چنین تعبیر می‌کنیم که الکترون‌ها مانند ذره رفتار می‌کنند — درست مشابه گلوله‌ها.

- وقتی که دو شکاف باز است:

← باید تصور ذهنی خود را عوض کنیم. نتایج در این حالت با امواج آب سازگار است و گفته می‌شود که الکترون اثرات تداخلی را نشان می‌دهد.

■ اصل عدم قطعیت :

آزمایش دوشکافی ۳ : در وضعیتی که هر دو شکاف باز است، الکترون از کدام یک از شکاف ها عبور می کند ؟



شکل ۴.۱: آزمایش دوشکافی با استفاده از یک چشمه‌ی نور برای آشکارسازی الکترون‌ها. (الف) نمایی از سازوکار آزمایش، (ب) احتمال یافتن الکترون‌ها روی دیوار در حالتی که از یک چشمه‌ی نور با طول موج کوتاه استفاده شده، (ج) احتمال یافتن الکترون‌ها روی دیوار در حالتی که از یک چشمه‌ی نور با طول موج بلند استفاده شده.

یک چشمه ی نور قوی در نزدیک دو شکافی

۵ باریکه الکترون ، نور را پراکنده می کند به طوری که بوسیله ی چشم غیرمسلح مانند یک اشعه ی نوری قابل مشاهده است .

← دیدن الکترون و اینکه از کدام شکاف می گذرد

و

شمارش الکترون ها ی روی دیوار با آشکارساز گایگر

↓

شکل ۴.۱.ب

↓

آشکارسازی موقعیت الکترون ها منجر به حذف اثرات تداخلی الکترون ها از آزمایش می شود .

اشکال : انرژی الکترون هنگام برخورد با مونوتون به اندازه ی $h\nu$ تغییر می کند .

↓

اثر بر توزیع احتمال یافتن الکترون ها

حل مشکل : کاهش انرژی فوتون ها ($h\nu$) ← افزایش طول موج λ

↓

توزیع احتمال الکترون ها کمتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

اما ← با افزایش طول موج نور λ دقت مکانی الکترون کاهش می‌یابد.

↓

کاهش Δp

↓

به طور همزمان نمی‌توانیم مکان و تکانه‌ی الکترون ها را مشخص کنیم.

$\Delta p \Delta x \geq h$ « اصل عدم قطعیت »

در واقع اگر ما بخواهیم مکان الکترون ها را دقیقا مشخص کنیم (تکانه) تمام اطلاعاتی که در مورد تکانه‌ی آنها داریم از بین می‌رود و الکترون ها رفتار ذره‌گونه (مکان) نشان می‌دهد.

بنابراین الکترون‌ها هم رفتار ذره‌ای و هم رفتار موجی (موج‌گونه) دارند و مهمتر این که رفتار آنها بسته به "روش مشاهده" تغییر می‌کند.

رفتار صحیح الکترون ها کدام است؟ آیا آنها موج هستند یا ذره؟

پاسخ : به میزان دقت بستگی دارد.

اصل عدم قطعیت : ما نمی‌دانیم که آیا این درست است یا نه ولی باید به آن ایمان بیاوریم زیرا بسیاری از وسایل الکترونی پیشرفته براساس مکانیک کوانتومی کار می‌کنند و تاکنون که حدود ۱۰۰ سال از تولد مکانیک کوانتومی می‌گذرد هیچ تخطی ای از آن مشاهده نشده است.